# MULTIPLICADORES Y ENCADENAMIENTOS DE LA ECONOMÍA ARGENTINA. UN ANÁLISIS A PARTIR DE LA MATRIZ DE INSUMO PRODUCTO

#### JULIO EDUARDO FABRIS

Instituto de Investigaciones Económicas, Facultad de Ciencias Económicas, UBA Av. Córdoba 2122 C1120AAQ – Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Argentina Jfabris88@yahoo.com.ar

Recibido 9 de septiembre de 2015, aceptado 3 de noviembre de 2015

#### Resumen

Las aplicaciones de la matriz de insumo producto para la evaluación de políticas, el análisis del perfil productivo de una economía y la planificación económica son diversas y no del todo conocidas. Además de la difundida técnica de planificación de los requerimientos directos e indirectos para la producción de un determinado vector de demanda final, pueden calcularse multiplicadores de producto, de empleo, encadenamientos productivos, etc.

Los organismos internacionales insisten regularmente en publicar manuales e instructivos con la finalidad de difundir la metodología, pero la recepción de este esfuerzo por parte de la comunidad económica dista de ser lo entusiasta que sería de esperar.

En esta ponencia desarrollamos la matemática asociada a varias de estas aplicaciones, ejemplificando con una versión reducida de la matriz insumo producto de la economía argentina y nos sumamos a la tarea de difusión de esta que consideramos una muy importante herramienta de planificación y análisis.

**Palabras clave**: Análisis insumo producto, multiplicadores de empleo, encadenamientos productivos.

# MULTIPLIERS AND LINKAGES OF ARGENTINA'S ECONOMY. AN ANALYSIS FROM THE INPUT-OUTPUT MATRIX

#### JULIO EDUARDO FABRIS

Instituto de Investigaciones Económicas, Facultad de Ciencias Económicas, UBA
Av. Córdoba 2122
C1120AAQ – Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Argentina
Jfabris88@yahoo.com.ar

#### Abstract

Applications of input-output matrix for assessing policies, analysis of the production profile of an economy and economic planning are diverse and not entirely knowned.

Besides the technique of planning direct and indirect requirements for the production of a given final demand vector, can be calculated product and employment multipliers, productive linkages and others.

International agencies publish regularly manuals and tutorials in order to disseminate the methodology, but the reception of this effort by the academic community is far from enthusiastic.

In this paper we develop the mathematics associated with several of these applications, exemplifying with a reduced version of the input-output matrix of Argentina's economy and we join the task of disseminating this that we consider a very important tool for planning and analysis.

**Keywords**: Analysis Input Output, Employment Multipliers, Production Linkages.

#### 1. INTRODUCCIÓN

Las aplicaciones de la matriz de insumo producto para la evaluación de políticas, el análisis del perfil productivo de una economía y la planificación son diversas y no del todo conocidas. Además de la difundida técnica de planificación económica de los requerimientos directos e indirectos para la producción de un determinado vector de demanda final, pueden calcularse multiplicadores de producto, de empleo, encadenamientos productivos, etc.

Los organismos internacionales insisten regularmente en publicar manuales e instructivos con la finalidad de difundir la metodología, pero la recepción de este esfuerzo por parte de la comunidad económica dista de ser lo entusiasta que sería de esperar.

En esta ponencia desarrollamos la matemática asociada a varias de estas aplicaciones, ejemplificando con una versión reducida de la matriz insumo producto de la economía argentina y nos sumamos a la tarea de difusión de esta que consideramos una muy importante herramienta de planificación y análisis.

#### 2. EL MODELO DE LEONTIEF

A mediados del siglo pasado, Vasily Leontief, un economista de origen ruso (luego nacionalizado estadounidense) desarrolló, a partir de los datos de la economía de Estados Unidos, una metodología de análisis hoy conocida con su nombre con la finalidad de establecer el patrón de interdependencia de los sectores de la economía<sup>1</sup>. Dicho modelo resultó luego una poderosa herramienta de pronóstico y planificación para sistemas económicos tan diversos como las economías de mercado y las economías planificadas del área de influencia de la ex URSS.

En este trabajo desarrollaremos ese modelo, a partir de una economía muy sencilla de dos sectores productivos, cuyos datos se presentan en el Cuadro 1.

<sup>1</sup> Leontief (1941).	

\_

Cuadro 1. Datos hipotéticos de una economía de 2 sectores

	Sector 1	Sector 2	Familias	Otra Dem. Final	Total
Sector 1	150	500	50	300	1000
Sector 2	200	100	400	1300	2000
Trabajo	300	500	50	150	1000
Otros Pagos	325	800	300	250	1675
Importaciones	25	100	200	150	475
Total	1000	2000	1000	2150	6150

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro se consignan sintéticamente las transacciones de la economía para un año en particular. En cada fila aparecen los sectores productivos y luego el factor trabajo, así como las importaciones y otros pagos. En las columnas figuran nuevamente los sectores productivos, así como las demandas de bienes que realizan las familias, y otras demandas finales.

En el sentido vertical las transacciones consignadas para cada sector se entienden como insumos que utilizan o pagos que realizan dichos sectores para poder producir. Así el valor 200 que figura en la columna correspondiente al sector 1 y fila del sector 2, representa el valor de los insumos provistos por dicho sector 2 para la producción en el sector 1. En la fila "Trabajo" se consignan los pagos a dicho factor necesarios para realizar la producción de cada sector, mientras que "Otros pagos" consigna impuestos e intereses (remuneración del capital) e "Importaciones" el gasto en insumos importados. Finalmente en la fila "Total" aparece el Valor Bruto de la Producción (VBP)<sup>2</sup> del sector.

En el sentido horizontal los valores corresponden a las ventas que realiza cada sector, ya sea dentro del mismo o a otros sectores, así como la

204

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Distinguimos aquí Valor bruto de producción de Valor agregado, en tanto el segundo surge de restar los insumos intermedios del valor del primero. En la terminología de las cuentas nacionales se utiliza el término Producto para designar al Valor agregado, mientras que el mismo término se utiliza en la bibliografía de modelos para designar al Valor bruto de la producción. Para evitar dicha ambigüedad no utilizaremos dicho término en este trabajo.

provisión de la demanda de bienes finales a las familias y otros (aquí no detallados, que incluyen las exportaciones, el gasto del gobierno y la inversión privada). Finalmente la suma de las ventas coincide con la producción para cada sector, mientras que su suma constituye el VBP total.

#### 2.1 El modelo abierto de Leontief

A partir de estos datos es posible construir una matriz Z de transacciones intersectoriales (es decir incluyendo solamente a los sectores productivos), cada uno de cuyos elementos  $z_{ij}$  represente el valor de los insumos provenientes del sector i (fila) utilizados por el sector j (columna) para realizar su producción. También un vector x de VBP de los sectores que puede obtenerse de la última columna o de la última fila Para nuestro ejemplo la matriz Z y el vector x se indican en el Cuadro 2.

En este trabajo los vectores a utilizar serán vectores columna. Como para consignar los valores resulta más económico en cuanto a espacio utilizar vectores fila, indicaremos estos como el traspuesto del vector columna correspondiente. Así x' será el vector fila correspondiente a x.

Cuadro 2. Matriz de transacciones intersectoriales y vector (y matriz) de producción

	Sector 1	Sector 2	_			
Sector 1	150	500	Matriz Z			
Sector 2	200	100	IVIALITZ			
			_	1000	0	Matriz xd
Total	1000	2000	Vector x'	0	2000	IVIAU IZ XU

Fuente: Elaboración propia.

A partir de la matriz Z y el vector x se puede definir la matriz A de coeficientes técnicos, también llamada de requerimientos directos. La operación necesaria para crearla es dividir los elementos de cada columna de Z por el valor correspondiente del vector x de producción.

Cuadro 3. Matriz A de coeficientes técnicos y vector f de demanda final

	Sector 2	Sector 1	
Matriz A	0,250	0,150	Sector 1
IVIALITZA	0,050	Sector 2	
_			
Vector f'	1700	350	

Fuente: Elaboración propia.

Los valores de cada columna representarán entonces los insumos necesarios provenientes de cada sector (fila) para producir un valor de una unidad monetaria en el sector correspondiente a la columna. Para realizar la operación en forma matricial conviene definir la matriz xd, matriz cuadrada cuya diagonal está formada por los elementos de x (ver en el Cuadro 2). Matricialmente entonces

$$A = Z * (xd)^{-1}$$
 (2.1)

Otro vector que necesitaremos será el vector de demanda final f. Ese vector incluye para cada sector el valor de las demandas de los productos de dicho sector, no ya como insumo para la producción, sino como disposición final. En nuestro caso incluirá la suma de la demanda de las familias y otras demandas. La matriz A y el vector f para nuestro ejemplo se muestran en el Cuadro 3.

La utilidad de la matriz A se evidencia en el hecho de que es posible ahora obtener la suma de los valores de la producción de los sectores mediante una operación vectorial

$$x = A * x + f$$
 (2.2)

y mediante simples operaciones matriciales obtener:

$$x = (I - A)^{-1} * f$$
 (2.3)

Donde I es la matriz Identidad de la misma dimensión de A. Los resultados para nuestro ejemplo se muestran en el Cuadro 4.

Cuadro 4. Planteo del Modelo Abierto en forma matricial

1000	] _	1,254	0,330	] *[	350
2000	_	0,264	1,122	$] \ [$	1700
х	=	(1-7	<b>A)</b> -1	*	f

Fuente: Elaboración propia.

Esta fórmula permite calcular, para un vector hipotético fh de demanda final proyectado, los valores de producción necesarios en cada sector de la economía. Esta potencialidad convierte al modelo de Leontief en una útil herramienta de planificación y pronóstico.

Por ejemplo, supongamos que se planifique para el próximo período un incremento del 20 % en la demanda final de bienes del sector 1 y del 30 % en los bienes del sector 2, el vector fh' en este caso sería [420 2210]. Las producciones necesarias en los sectores 1 y 2 serían xh'= [1256,2 2590,8] y pueden calcularse fácilmente con la fórmula propuesta, o sea:

$$xh = (I - A)^{-1} * fh$$
 (2.4)

Los supuestos implícitos en esta forma de planificación son varios y en algún sentido poco realista, a saber:

- (i) Se supone que cada insumo es suministrado por un solo sector productivo (hipótesis de homogeneidad sectorial). Esto implica que se emplea un solo método de producción, por lo tanto, no es posible la sustitución entre insumos intermedios, a la vez que cada sector tiene una sola producción primaria; es decir que no hay producción conjunta.
- (ii) Los insumos comprados por cada sector son solamente una función del nivel de producción de ese sector, por lo tanto, la cantidad de insumos

varía en la misma proporción que la producción, es decir que se asume una hipótesis de proporcionalidad estricta: la composición de los productos dentro de cada sector es fija. Con ello la "función de producción" (de coeficientes constantes) tiene rendimientos constantes a escala.

- (iii) Se supone que el efecto total de la producción en varios sectores, será igual a la sumatoria de los diferentes efectos (hipótesis de aditividad); con esto se excluye toda interdependencia externa de los sectores, excepto la especificada en el propio modelo.
- (iv) Cuando se utiliza el modelo para realizar proyecciones de precios, se supone que se mantiene la relación de precios relativos presente en el año en que se elabora la matriz.

A la matriz (I-A)<sup>-1</sup> se la denomina también matriz de Leontief (L) ó matriz de coeficientes directos e indirectos y su relación con la matriz A está dada por la ecuación:

$$L = (I - A)^{-1}$$
 (2.5)

Puede demostrarse que, bajo ciertos supuestos poco restrictivos :

$$L = (I - A)^{-1} = I + A + A^{2} + A^{3} + A^{4} + ...$$
 (2.6)

Esta identidad matemática muestra que la matriz de Leontief da cuenta de los efectos directos e indirectos de la demanda final sobre el proceso de producción. El primer término (primera ronda), refleja la producción necesaria para atender tal demanda final directamente, el segundo, la producción adicional para atender las necesidades de insumos para la producción requerida para atender esa demanda final; la tercer ronda, es la producción adicional para atender la producción incremental de la segunda ronda, y así sucesivamente.

#### 2.b El modelo cerrado de Leontief

Es posible modificar el modelo abierto para incluir como un sector productivo más a la mano de obra, es decir al sector trabajo. Para ello

deberemos incorporar una fila extra a la matriz Z consignando los valores pagados por cada sector como remuneración del trabajo. También se considerará la inclusión de una columna extra con la demanda de las familias en la idea de que dichos valores son necesarios para costear la existencia del sector laboral. En nuestro ejemplo, esta nueva matriz Z modificada que llamaremos Zc deberá complementarse con un nuevo vector x que incluya al nuevo sector, al que llamaremos xc.

También habrá que definir una matriz diagonal xcd cuyos elementos en la diagonal principal sean los elementos del vector xc. Todos estos elementos se muestran en el Cuadro 5.

Cuadro 5. Matriz de transacciones intersectoriales y vector (y matriz) de producción

	Sector 1	Sector 2	Cons. Fam.		Sector 1	Sector 2	Cons. Fam.	
Sector 1	150	500	50		1000	0	0	
Sector 2	200	100	400	Matriz Zc	0	2000	0	Matriz xcd
Trabajo	300	500	50		0	0	1000	
Total	1000	2000	1000	Vector xc'				

Fuente: Elaboración propia.

A partir de la matriz Zc y el vector xc se puede definir la matriz Ac de coeficientes técnicos del sistema cerrado. La operación necesaria para crearla es dividir los elementos de cada columna de Zc por el valor correspondiente del vector xc de producción.

Para realizar la operación en forma matricial, al igual que en el caso del modelo abierto, conviene utilizar la matriz xcd cuya diagonal está formada por los elementos de x. Matricialmente entonces:

$$Ac = Zc * (xcd)^{-1}$$
 (2.7)

Además habrá que redefinir al vector de demanda final, incluyendo la fila del sector trabajo y restando de la demanda los valores incluidos en la matriz Zc. Para nuestro ejemplo los vectores y matrices resultantes se muestran en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Matriz Ac de coeficientes técnicos y vector fc de demanda final

	Sector 1	Sector 2	Cons. Fam.	
Sector 1	0,150	0,250	0,050	
Sector 2	0,200	0,050	0,400	Matriz Ac
Trabajo	0,300	0,250	0,050	
	300	1300	150	fc'

Fuente: Elaboración propia.

Del mismo modo en que se planteó el modelo abierto, ahora el modelo cerrado será:

$$xc = Ac * xc + fc$$
 (2.8)

y mediante simples operaciones matriciales se podrá obtener:

$$xc = (I - Ac)^{-1} * fc = Lc * fc$$
 (2.9)

Donde I es la matriz Identidad de la misma dimensión de Ac y Lc (Matriz de Leontief o matriz de requerimientos directos e indirectos) es la inversa de (I - Ac). En el Cuadro 7 se muestran los resultados para nuestro ejemplo.

Cuadro 7. Planteo del modelo cerrado en forma matricial para el ejemplo

1000		1,365	0,425	0,251	*	300
2000 1000	=	0,527 0,570	1,348 0,489	0,595 1,289		1300 150
хс	=		(I - Ac) <sup>-1</sup>		*	fc

Fuente: Elaboración propia.

Tal como en el modelo abierto esta fórmula permite calcular, para un vector hipotético fch de demanda final proyectado, los valores de producción necesarios en cada sector de la economía.

$$xch = (I - Ac)^{-1} * fch$$
 (2.10)

Por ejemplo, supongamos que se planifique para el próximo período un incremento del 20 % en la demanda final de bienes del sector 1, del 30 % en los bienes del sector 2 y del 10 % en los bienes en la demanda de bienes trabajo, el vector fch' en este caso sería [360 1690 165]. Las producciones necesarias en los sectores 1, 2 y 3 serían xch'= [1251,5 2566,3 1244,2] y pueden calcularse fácilmente con la fórmula anterior.

#### 3. MULTIPLICADORES DEL PRODUCTO Y DEL EMPLEO

# 3.1 Multiplicadores simples del producto

El concepto de multiplicador tiene su origen en la búsqueda de los efectos que las variaciones en la demanda final de cada sector impulsan sobre el conjunto de la economía. Por ejemplo, consideremos un incremento unitario de la demanda en el sector 1 en el modelo abierto de nuestro ejemplo. Así como se cumple  $x=L^*f$ , se cumplirá también  $\Delta x=L^*\Delta f$ . Si elegimos  $\Delta f$  como un vector con el valor 1 en el sector 1 y ceros en el resto de los sectores, tendremos los efectos de un incremento unitario en la demanda del sector 1 sobre el resto de la economía. La operación puede verse en el Cuadro 8.

Cuadro 8. Incrementos en la producción por incremento unitario en demanda del sector 1

$$\begin{array}{c|ccccc}
\hline
1,254 & 0,330 & * & 1 \\
0,264 & 0,264 & 1,122 & * & 0
\end{array}$$

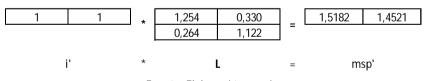
$$\Delta X = L * \Delta f$$

Fuente: Elaboración propia.

Como puede verse, para lograr un incremento unitario (1 \$ en unidades monetarias) de la demanda en el sector 1 será necesario un incremento de la producción de 1,254 \$ en el propio sector 1 y también un incremento de 0.264 \$ en el sector 2. En total será necesario un incremento de la producción de 1.254 \$ + 0.264 \$ = 1,518 \$ en el total de la economía. A este valor 1,518 se lo denomina Multiplicador Simple de la producción correspondiente al sector 1. El adjetivo Simple proviene de la utilización del modelo abierto. La misma operación con el modelo cerrado hubiera dado lugar al Multiplicador Total del sector 1 (se explicará en el próximo parágrafo).

Como puede verse en el Cuadro 8, el valor del multiplicador para cada sector resultará igual a la suma de los valores de la columna correspondiente en la matriz L de Leontief. Por tanto una forma expeditiva de obtener los Multiplicadores Simples para todos y cada uno de los sectores de la economía será realizar dichas sumas, las cuales en forma matricial pueden implementarse mediante un vector de unos de dimensiones adecuadas que denominaremos i, premultiplicado por la matriz L. Ver el Cuadro 9.

Cuadro 9. Obtención de los multiplicadores simples de la producción (msp)



Fuente: Elaboración propia.

El vector de Multiplicadores Simples del Producto (msp) da una idea de la capacidad de cada sector de la demanda final para movilizar la economía e incrementar la producción total. En nuestro ejemplo el incremento unitario en la demanda del sector 1 muestra ser más efectivo para el aumento de la producción que un incremento igual en el sector 2.

# 3. 2 Multiplicadores totales del producto

También es posible considerar el modelo cerrado de Leontief para calcular los multiplicadores. En este caso se verificará que, así como se cumple que xc=Lc\*fc, se cumplirá también  $\Delta xc=Lc*\Delta fc$ . Un ejemplo para un incremento unitario en el sector 1 puede verse en el Cuadro 10.

Cuadro 10 – Incrementos en la producción por incremento unitario en demanda del sector 1

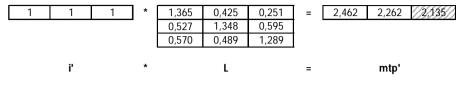
1,365	=	1,365	0,425	0,251	*	1
0,527	_	0,527	1,348	0,595		0
0,570		0,570	0,489	1,289		0
	-					
$\Delta xc$	=	L	.c		*	$\Delta fc$

Fuente: Elaboración propia.

Igual que en el caso anterior, el incremento total resulta de la suma de los incrementos en cada sector. En este ejemplo el Multiplicador Total del Producto para el sector 1 vale 2,462.

En general suele calcularse el multiplicador total para todos los sectores menos el laboral (sombreado en el Cuadro 11). Puede verse que los valores obtenidos al sumar estos incrementos de producción en cada sector son mayores a los obtenidos con el modelo abierto. Ello se debe a que la inclusión del sector trabajo genera una "realimentación" en el sentido de que el incremento en la demanda final de cualquier sector, incrementa la actividad del sector trabajo y por tanto las remuneraciones en el sector, dando lugar automáticamente a un aumento en la demanda de las familias. Se habla de efectos "directos" e "indirectos" en los multiplicadores simples y a estos se le suman los efectos "inducidos", que aparecen en los multiplicadores totales.

Cuadro 11. Obtención de los multiplicadores totales de la producción (mtp)



Fuente: Elaboración propia.

#### 3. 3 Elección del multiplicador del producto a utilizar

Como se aprecia en el ejemplo, el multiplicador total resulta ser siempre mayor que el multiplicador simple. En general se considera que el valor adecuado se encuentra en un valor intermedio entre ambos. Por otra parte es de señalar un supuesto importante en que se basa el análisis de multiplicadores y que podría limitar en una economía real el efecto expansivo pronosticado: se supone que todos los sectores pueden ampliar su producción, es decir que poseen capacidad ociosa que puede utilizarse para dicho incremento. En el sector laboral esto implicaría la existencia de población desempleada que se incorpora a la masa laboral activa al ser requerida. En una economía real trabajando sin capacidad ociosa, la necesidad de incrementar la producción provocaría una competencia por los insumos y por la mano de obra. Este efecto no está contemplado en el análisis.

# 3. 4 Multiplicadores simples del empleo

Otro efecto de interés consiste en determinar qué efecto tiene sobre el empleo un incremento de la demanda final en algún sector. Esto nos lleva al concepto de Multiplicador de Empleo. El efecto que se mide con el Multiplicador Simple de Empleo es el que surge de un incremento unitario de la demanda final en un sector. El cálculo se basa en multiplicar cada elemento del vector  $\Delta x$ , por ejemplo en el Cuadro 8, por el valor de la masa salarial al sector laboral correspondiente a la producción de una unidad en dicho sector. Tomando los valores de  $\Delta x$  del Cuadro 8 y los valores de los

requerimientos de trabajo (masa salarial) por unidad producida de la matriz Ac en el Cuadro 6, se obtiene:

Cuadro 12 – Obtención de los componentes del Multiplicador de empleo

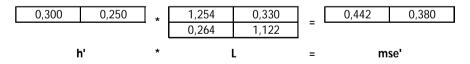
1,254	1,254 * 0,3	300 _	0,377
0,264	0,264 * 0,2	250 =	0,066

 $\Delta x$  Trabajo requerido

Fuente. Elaboración propia.

Los valores obtenidos, sumados para considerar el efecto total (el resultado es 0,442) indican el incremento en el empleo (medido por su remuneración, es decir el incremento de la masa salarial) correspondiente a un aumento unitario de la demanda final en el sector 1. Si designamos al vector de requerimientos de trabajo como vector h (podemos tomarlo de la última fila de la matriz Ac), podemos realizar el cálculo de todos los Multiplicadores Simples de Empleo (aquí nuevamente Simple refiere a la utilización del modelo abierto) de una manera sencilla mediante cálculo matricial.

Cuadro 13 – Obtención de los Multiplicador Simples de Empleo (mse)



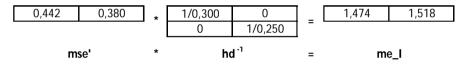
Fuente: Elaboración propia.

Los valores obtenidos de los multiplicadores (ver el Cuadro 13) indican claramente que para obtener una unidad extra de demanda final disponible, el insumo del sector trabajo debe ser mayor al correspondiente al efecto directo (en el caso del sector 1 el efecto directo sería 0,300) ya

que el multiplicador incluye los efectos indirectos capturados por la matriz L de Leontief.

Frecuentemente se busca relacionar los valores obtenidos (incrementos) con los valores iniciales y para ello se "normaliza" los multiplicadores simples dividiendo cada uno de ellos por el valor del insumo laboral para el sector. Esto puede realizarse matricialmente creando una matriz diagonal hd cuyos valores en la diagonal principal son los elementos del vector h. A estos multiplicadores normalizados se los denomina Multiplicadores de empleo Tipo I.

Cuadro 14. Obtención de los Multiplicadores de Empleo Tipo I (me\_I)



Fuente. Elaboración propia.

El valor consignado para cada sector indica la proporción del incremento de empleo con base en el requerimiento de trabajo original del sector que se necesita para obtener una unidad monetaria extra de demanda final en ese sector.

### 3. 5 Multiplicadores totales del empleo

Al igual que en el caso de los multiplicadores del producto, si se utiliza para calcular los multiplicadores el modelo cerrado de Leontief, en lugar del modelo abierto como se hizo en el caso anterior, se obtienen multiplicadores totales. Las operaciones son análogas a las del multiplicador simple, con la variación de la utilización de la matriz Lc en lugar de la matriz L y la ampliación del vector h que debe incluir al sector laboral y se denominará hc.

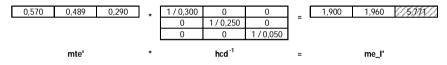
Cuadro 15. Obtención de los multiplicadores totales de empleo (mte)

0,300	0,250	0,050	*	1,365	0,425	0,251	_	0.,570	0,489	0,290
				0,527	1,348	0,595	= '			
				0,570	0,489	1,289				
	hc'		*		Lc		=		mte'	

Fuente: Elaboración propia.

Para el caso de los multiplicadores normalizados la metodología es similar a la de los multiplicadores tipo I, utilizando la matriz diagonal hcd construida consignando en la diagonal los elementos del vector hc.

Cuadro 16. Obtención de los multiplicadores de empleo tipo II (me\_II)



Fuente: Elaboración propia.

También como en el caso de los multiplicadores de producción debe señalarse que no se estila reportar el multiplicador correspondiente al sector laboral (sombreado en los cuadros).

# 3. 6 Elección del multiplicador de empleo a utilizar

Como se aprecia en los ejemplos, los multiplicadores totales resultan ser siempre superiores a los multiplicadores simples. En general, como en el caso de los multiplicadores de la producción, se considera que el valor adecuado se encuentra en un valor intermedio entre ambos. De todas maneras en este caso se presenta una característica novedosa. Se trata de que el ordenamiento de los multiplicadores (de mayor a menor, para identificar a los sectores más movilizadores de mano de obra) no cambia si se utilizan multiplicadores totales o simples. Esta constancia del ordenamiento está dada por el cumplimiento de una propiedad que se cumple tanto para los multiplicadores ordinarios (mse y mte) como para

los normalizados (me\_l y me\_ll) consistente en que el cociente entre ambos es constante, es decir, para este ejemplo:

$$mte_i / mse_i = me_I I_i / me_I_i = constante = 1,289$$
 (3.1)

Esto hace que si solamente se busca un ordenamiento de sectores, los multiplicadores simples y totales resulten equivalentes, así como también los de Tipo I equivalen a los de Tipo II.

# 3. 7 Multiplicadores de la economía argentina con base en la MIP 1997

Para realizar una caracterización de sectores productivos en una economía, necesitamos los datos de relaciones intersectoriales tal como aparecen en las Matrices de Insumo Producto (MIP), usualmente calculadas por los departamentos de Cuentas Nacionales.

En el caso de nuestro país, la última versión disponible de la MIP es la que refleja las relaciones de la economía en el año 1997. Tomaremos como base esta MIP 1997 que en su versión original reporta 124 sectores y trabajaremos con una versión reducida de 19 sectores.

Esta consolidación surge de buscar la compatibilización de los sectores con las ramas que se reportan (o reportaban hasta el año 2003) en la Encuesta Permanente de Hogares (la versión fue utilizada por el autor en su tesis doctoral). La consolidación de sectores nos permitirá trabajar con una cantidad razonable de los mismos sin perder generalidad, ya que las fórmulas consignadas son las mismas sin depender de la cantidad de sectores.

Aplicando las fórmulas matriciales reseñadas trabajando en algún software adecuado (en nuestro caso utilizamos MATLAB<sup>®</sup>) se obtienen todas las matrices y vectores necesarios y se puede arribar al cálculo de los multiplicadores. En el Cuadro 18 se consignan los mismos, reportando

junto a cada uno de ellos el orden que le corresponde a cada sector (de mayor a menor) de acuerdo a la magnitud de sus multiplicadores.

Como puede verse los sectores con multiplicadores simples del producto más elevados son el sector 2 (Alimentos) y el sector 3 (Textiles), mientras que los menores multiplicadores corresponden a los sectores 15 (Act. Inmobiliarias) y 17 (Enseñanza). En el caso de los multiplicadores totales del producto, encabezan el ranking los sectores 16 (Adm. Pública) y 17 (Enseñanza) y lo cierran los sectores 5 (Productos Metálicos) y 15 (Act. Inmobiliarias).

La diferencia numérica en los valores de los multiplicadores (el promedio de los multiplicadores simples es 1,611, mientras que el de los dobles es 2,703) es significativa y la causa de la diferencia debe buscarse en la realimentación extra que se considera en los multiplicadores totales. Se habla de efectos "directos" e "indirectos" en los multiplicadores simples y a estos se le suman los efectos "inducidos", que aparecen en los multiplicadores totales. Por otra parte es interesante ver que el sector 17 (Enseñanza) no promueve demasiado incremento en la producción de acuerdo con el multiplicador simple, mientras que si se agrega el efecto que el consumo incrementado de los trabajadores de la enseñanza genera sobre la producción este sector queda como el segundo en magnitud.

En el caso de los multiplicadores del empleo, cuando se considera el multiplicador simple, los sectores más dinámicos en la creación de empleo resultan ser los sectores 17 (Enseñanza) y 16 (Adm. Pública), mientras los menos dinámicos son los sectores 5 (Productos Metálicos) y 15 (Act. Inmobiliarias). Para el caso de los multiplicadores totales, o sea el caso en que se incluye el efecto "inducido" el ordenamiento es el mismo, como ya se explicó.

También para el caso del empleo se consideran los multiplicadores Tipo I y Tipo II, que como ya explicamos, normalizan cada multiplicador refiriendo el aumento del empleo promovido por un incremento unitario en la demanda final del bien al valor del empleo en el sector antes del incremento considerado. En este caso los multiplicadores simples (que se denominan de Tipo I) más elevados son los del sector 2 (Alimentos) y el sector 3 (Textiles), mientras que los más bajos resultan ser los de los sectores 16 (Adm. Pública) y 17 (Enseñanza). Como en el caso de los multiplicadores de empleo simples y totales, el orden de los multiplicadores de Tipo II es el mismo que para los de Tipo I. Es interesante verificar que los sectores 16 y 17 son a la vez los más potentes generadores de nuevo empleo y los más débiles si consideramos dicho incremento con relación a la dotación original de empleo del sector.

### 4. ENCADENAMIENTOS HACIA ADELANTE Y HACIA ATRÁS

El concepto de encadenamientos de los sectores productivos refiere a la potencialidad de un determinado sector de influir sobre el resto de los sectores de la economía.

#### Fabris / Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y la Economía Año 3 – N° 3 (2016) 201-233

Cuadro 17. Multiplicadores del producto y del empleo para la Matriz de Insumo Producto 1997

Nro						Multiplica	adores				
del	Descripción del Sector	Producto	kin	Producto	kin	Empleo	Empleo	kin	Empleo	Empleo	kin
Sector	•	Simple	Rankin g	Total	Rankin g	Simple	Total	Rankin	Tipo I	Tipo II	Rankin g
1	Actividades primarias	1.619	9	2.390	16	0.218	0.299	14	1.674	2.290	9
2	Alimentos, bebidas y tabaco	2.022	1	2.848	4	0.234	0.320	12	2.545	3.481	1
3	Textiles, confecciones y calzado	1.954	2	2.760	7	0.228	0.312	13	2.148	2.938	2
4	Productos químicos y de la refinación de petróleo y combustible nuclear	1.727	6	2.392	15	0.188	0.258	17	2.054	2.809	3
5	Productos metálicos, maquinarias y equipos.	1.564	12	2.086	18	0.148	0.202	18	1.854	2.536	7
6	Otras industrias manufactureras	1.828	3	2.696	8	0.246	0.336	11	1.924	2.632	6
7	Suministro de electricidad, gas y agua.	1.719	7	2.679	9	0.272	0.372	8	1.733	2.371	8
8	Construcción	1.773	5	2.499	13	0.206	0.281	15	2.032	2.780	5
9	Comercio al por Mayor	1.472	14	2.494	14	0.289	0.396	7	1.325	1.813	14
10	Comercio al por Menor	1.383	17	2.262	17	0.249	0.340	10	1.312	1.795	16
11	Restaurantes y Hoteles	1.812	4	2.511	11	0.198	0.271	16	2.040	2.791	4
12	Transporte	1.530	13	2.580	10	0.297	0.407	6	1.339	1.831	13
13	Servicios Conexos de Transporte y Comunicaciones.	1.585	11	2.507	12	0.261	0.357	9	1.568	2.145	11
14	Intermediación Financiera	1.471	15	2.824	5	0.383	0.524	4	1.268	1.735	17
15	Actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler	1.282	18	1.695	19	0.117	0.160	19	1.604	2.193	10
16	Administración Pública y Defensa	1.452	16	4.184	1	0.773	1.058	2	1.108	1.516	18
17	Enseñanza	1.184	19	3.953	2	0.784	1.072	1	1.037	1.419	19
18	Servicios Sociales y de Salud	1.633	8	3.209	3	0.446	0.610	3	1.324	1.811	15
19	Otras Actividades de servicios comunitarios y sociales, servicios de	1.601	10	2.784	6	0.335	0.458	5	1.372	1.876	12
	reparación y otros servicios personales	1.001	10	2.704	Ü	0.555	0.430	5	1.372	1.070	12

Fuente: Elaboración propia en base a datos del INDEC.

Esto ya sea considerando su carácter de demandante de insumos intermedios proporcionados por el resto de los sectores (en este caso hablamos de encadenamientos hacia atrás) o en su carácter de proveedor de insumos para el resto de los sectores de la economía (en este caso hablamos de encadenamientos hacia adelante). Se trabaja con el modelo abierto en todos los casos.

### 4.1 Encadenamientos hacia atrás

De acuerdo a la definición de encadenamientos hacia atrás, la forma de calcularlos para cada sector será sumar los insumos necesarios para la producción de una unidad monetaria de dicho sector.

En el caso de que solamente deseen considerarse los insumos directamente necesarios, esto puede implementarse sumando para cada sector los valores de la columna correspondiente en la matriz A de requerimientos directos. Llamaremos a estos "encadenamientos directos". Si desean computarse los efectos directos e indirectos, trabajaremos con la matriz L y llamaremos a estos "encadenamientos totales".

La operatoria matricial permite calcular todos los encadenamientos directos hacia atrás con una única operación. Esta sería, utilizando un vector i de la misma dimensión que las filas de la matriz A :

bd ' = i ' \* A 
$$(4.1)$$

Para el caso de los encadenamientos totales hacia atrás, la operación matricial sería:

bt 
$$' = i' * L$$
 (4.2)

Para lograr una normalización de los encadenamientos que permita compararlos entre sectores, se estila dividir cada uno de los valores por el promedio de los mismos. Si llamamos n al número de sectores, el cálculo de los encadenamientos normalizados de cada tipo sería:

$$bdn' = n * i' * A / (i' * A * i)$$
 (4.3)

$$btn' = n * i' * L / (i' * L * i)$$
 (4.4)

Los resultados para nuestro ejemplo de cada uno de los encadenamientos hacia atrás considerados se muestran en los Cuadros 19 y 20.

Cuadro 18. Encadenamientos directos hacia atrás, absolutos y normalizados

	Sector 1	Sector 2	_		
Sector 1	0,150	0,250	]	0,350	1,077
Sector 2	0,200	0,050		0,300	0,923
	Mat	riz A		Vector bd	Vector bdn

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 19. Encadenamientos totales hacia atrás, absolutos y normalizados

	Sector 1	Sector 2	_		
Sector 1	1,254	0,330	Ī l	1,518	1,022
Sector 2	0,264	1,122	]	1,452	0,978
·	Mat	riz L	<del>-</del>	Vector bt	Vector btn

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2 El modelo del lado de la oferta

Si bien de acuerdo con la definición de encadenamientos hacia adelante estos podrían calcularse directamente como la suma para cada sector de los valores de la fila correspondiente en la matriz A (directos) o en la matriz L (totales), esto ha sido criticado. Se cuestiona el realismo de un incremento simultáneo de una unidad de producción en cada sector (en el caso directo) o de una unidad de demanda final (en el caso total).

Esta crítica llevó a adoptar para el cálculo de los encadenamientos hacia adelante un modelo propuesto por Ghosh en 1958, como contrapartida del modelo de Leontief. Este modelo "del lado de la oferta", como contrapartida del modelo "del lado de la demanda" que sería el modelo de

insumo producto original, surge del mismo cuadro de datos pero organizado de forma diferente.

Por una parte se define una matriz de coeficientes directos de producción, mediante la división de los valores de las filas de la matriz Z por el valor de la producción bruta asociada con dicha fila (sector). Esto puede implementarse matricialmente mediante la utilización de la matriz xd ya descripta.

$$B = xd^{-1} * Z$$
 (4.5)

La ecuación fundamental de reconstrucción de los datos originales se basa en este caso en un vector de oferta v (en lugar del vector de demanda final f), el cual consiste, en el caso del modelo abierto, en la resta de la producción final menos la suma de los valores de cada columna utilizados como insumos. En el caso de nuestro ejemplo el vector v y la matriz B se indican en el Cuadro 21. De esta manera el vector x (la suma en el sentido vertical de los valores del cuadro de datos) puede obtenerse en forma matricial como:

$$x' = i' * Z + v' = i' * xd * B + v' = x' * B + v'$$
 (4.6)

con lo cual:

$$x' = v' * (I - B)^{-1} = v' * G$$
 (4.7)

donde la matriz G se denomina inversa del producto (por contrapartida con la matriz L, inversa del insumo). Los elementos de G  $(g_{ij})$  se interpretan como el valor total de la producción que surge en el sector j por unidad de insumo primario en el sector i.

El supuesto básico del modelo es la estabilidad de los valores de la matriz B, es decir que si la producción del sector i se duplica, las ventas de dicho sector a los sectores que le compran (y las ventas al propio sector) también se duplican. En lugar de coeficientes de insumo fijos se suponen entonces coeficientes de producción o asignación fijos.

Cuadro 20. Matrices y vectores del modelo de oferta

	Sector 1	Sector 2	_	Sector 1	Sector 2	_
Sector 1	150	500	Matriz Z	0,150	0,500	Matriz B
Sector 2	200	100	IVIALI IZ Z	0,100	0,050	IVIALITZ D
	/50	1400				
	650	1400	Vector v '			
Total	1000	2000	Vector x '			

Fuente: Elaboración propia.

# 4.3 Relaciones entre los modelos de demanda y de oferta

Las matrices y vectores de los modelos de demanda y oferta se relacionan cuantitativamente en forma sencilla, pudiendo obtenerse unos a partir de los otros. Así:

$$B = xd^{-1} * A * xd$$
 (4.8)

Y también:

$$G = xd^{-1} * L * xd$$
 (4.9)

De todas maneras, se ha puesto de relieve que cuando el modelo de demanda se utiliza en forma estándar para análisis de impacto, el supuesto crucial es la estabilidad de los coeficientes de insumo directo consignados en la matriz A. Como una consecuencia de la relación entre las matrices A y B, o entre las matrices L y G de uno y otro modelo, la estabilidad de los coeficientes de A implica la inestabilidad de los coeficientes de B. Este problema ha sido denominado de la "estabilidad conjunta".

## 4.4 Encadenamientos hacia adelante

Como dijimos, los encadenamientos hacia adelante se calculan con base en los coeficientes de la matriz B, y no los de la matriz A. El cálculo consiste

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ver Miller y Blair (2009)

simplemente en la suma por filas de los coeficientes de esta matriz, para obtener los encadenamientos directos. Así mismo se utiliza la matriz G para calcular los encadenamientos totales, con el mismo procedimiento de suma por filas. Matricialmente pueden calcularse los encadenamientos para todos los sectores como:

$$fd = B * i$$
 (4.10)

$$ft = G * i$$
 (4.11)

También se calculan los encadenamientos hacia adelante normalizados dividiendo cada elemento del vector por el promedio de los valores correspondientes a todos los sectores. Este cálculo sería:

$$fdn = n * B * i / (i ' * B * i)$$
 (4.12)

$$ftn = n * G * i / (i ' * G * i)$$
 (4.13)

Los resultados para nuestro ejemplo de cada uno de los encadenamientos hacia atrás considerados se muestran en los Cuadros 19 y 20.

Cuadro 21. Encadenamientos directos hacia adelante, absolutos y normalizados

_	Sector 1	Sector 2	_		
Sector 1	0,150	0,500		0,615	1,625
Sector 2	0,100	0,050		0,150	0,375
	Mat	riz B		Vector fd	Vector fdn

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 22 – Encadenamientos totales hacia adelante, absolutos y normalizados

	Sector 1	Sector 2			
Sector 1	1,254	0,660	1,914	1,208	1
Sector 2	0,132	1,122	1,254	0,792	
	Mat	riz G	Vector ft	Vector ftn	-

Fuente: Elaboración propia.

# 4.5 Encadenamientos de la economía argentina con base en la MIP 1997

Tal como en el caso de los multiplicadores, calcularemos los encadenamientos de la economía argentina con base en la MIP 1997. Aplicando las fórmulas matriciales reseñadas y trabajando con el software matemático MATLAB se obtienen todas las matrices y vectores necesarios y se puede arribar al cálculo de los encadenamientos.

#### Fabris / Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y la Economía Año 3 – N° 3 (2016) 201-233

Cuadro 23. Encadenamientos hacia delante y hacia atrás para la economía argentina con datos de la MIP 1997

Nro.	Descripción del sector —	Encad	Encadenamientos hacia atrás				Encadenamientos hacia delante			
Sector	Descripcion dei sector	bd	bt	bdn	btn	fd	ft	fdn	ftn	
1	Actividades primarias	0.379	1.619	1.003	1.005	0.716	2.174	1.959	1.364	
2	Alimentos, bebidas y tabaco	0.613	2.022	1.621	1.255	0.206	1.271	0.564	0.797	
3	Textiles, confecciones y calzado	0.533	1.954	1.409	1.213	0.363	1.577	0.994	0.989	
4	Productos químicos y de la refinación de petróleo y combustible nuclear	0.445	1.727	1.178	1.072	0.630	2.131	1.723	1.337	
5	Productos metálicos, maquinarias y equipos.	0.350	1.564	0.925	0.971	0.384	1.607	1.051	1.009	
6	Otras industrias manufactureras	0.495	1.828	1.308	1.135	0.703	2.141	1.924	1.344	
7	Suministro de electricidad, gas y agua.	0.446	1.719	1.178	1.067	0.615	2.066	1.682	1.297	
8	Construcción	0.471	1.773	1.245	1.101	0.100	1.162	0.273	0.729	
9	Comercio al por Mayor	0.318	1.472	0.840	0.914	0.456	1.732	1.248	1.087	
10	Comercio al por Menor	0.260	1.383	0.687	0.858	0.160	1.252	0.438	0.786	
11	Restaurantes y Hoteles	0.458	1.812	1.211	1.125	0.113	1.166	0.310	0.732	
12	Transporte	0.331	1.530	0.876	0.950	0.426	1.703	1.165	1.069	
13	Servicios Conexos de Transporte y Comunicaciones.	0.395	1.585	1.044	0.984	0.471	1.776	1.290	1.115	
14	Intermediación Financiera	0.324	1.471	0.858	0.913	0.607	1.962	1.662	1.231	
15	Actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler	0.177	1.282	0.469	0.796	0.445	1.702	1.218	1.068	
16	Administración Pública y Defensa	0.293	1.452	0.775	0.901	0.059	1.102	0.160	0.691	
17	Enseñanza	0.115	1.184	0.304	0.735	0.050	1.082	0.137	0.679	
18	Servicios Sociales y de Salud	0.393	1.633	1.040	1.014	0.118	1.137	0.323	0.714	
19	Otras Actividades de servicios comunitarios y sociales, servicios de reparación y otros servicios personales	0.390	1.601	1.031	0.994	0.321	1.532	0.878	0.961	

Fuente: Elaboración propia en base a datos del INDEC.

En el Cuadro 23 se consignan los mismos. En el análisis se estila clasificar a los sectores de acuerdo a si el valor de sus encadenamientos supera o está por debajo del promedio (en el caso de los encadenamientos normalizados simplemente si son mayores o menores que 1). Se construye entonces un cuadro o un gráfico que clasifica a los sectores según los encadenamientos. En nuestro caso hemos elegido para la clasificación los encadenamientos totales normalizados.

De acuerdo con el Cuadro 24 podemos clasificar los sectores de la economía argentina (en el año 1997) en diferentes clases. Los sectores independientes (I), tienen bajos encadenamientos de ambos tipos, por lo que no impulsarán con su crecimiento a otros sectores de la economía generando demanda de insumos ni son necesarios para proveer insumos a otros sectores que estén creciendo.

Cuadro 24. Clasificación de los sectores de la economía en función de sus encadenamientos

		Encadenamientos hacia adelante				
		Bajo ( < 1 ) Alto ( > 1 )				
amiento atrás	Alto ( > 1 )	III	Dependiente de la oferta intersectorial	IV	Sector Dependiente	
Encadenamiento hacia atrás	Bajo ( < 1)	I	Sector Independiente	II	Dependiente de la demanda intersectorial	

Fuente: Elaboración propia.

Los sectores dependientes de la demanda (II), es decir con bajos encadenamientos hacia atrás y altos encadenamientos hacia delante, tampoco generarán demanda de insumos de otros sectores al expandirse, pero si son necesarios para proveer insumos a otros sectores que estén creciendo. Los sectores dependientes de la oferta (III), con altos encadenamientos hacia atrás y bajos encadenamientos hacia delante, impulsarán con su crecimiento a otros sectores por el incremento de la

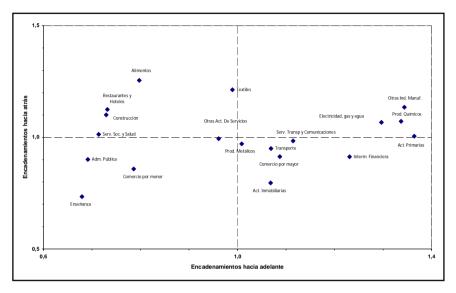
demanda de insumos, aunque como en el caso del primer grupo no son necesarios para proveer insumos a otros sectores que estén creciendo.

Cuadro 25. Cuadro de clasificación de sectores por sus encadenamientos

Tipo	Descripción del sector	btn	ftn
	Enseñanza	0.735	0.679
	Comercio al por Menor	0.858	0.786
'	Administración Pública y Defensa	0.901	0.691
	Otras Act. de servicios	0.994	0.961
	Servicios Sociales y de Salud	1.014	0.714
П	Construcción	1.101	0.729
11	Restaurantes y Hoteles	1.125	0.732
	Alimentos	1.255	0.797
	Actividades inmobiliarias	0.796	1.068
	Intermediación Financiera	0.913	1.231
	Comercio al por Mayor	0.914	1.087
Ш	Transporte	0.950	1.069
	Prod. Metálicos	0.971	1.009
	Servicios Transporte y	0.984	1.115
	Comunicaciones.	0.704	1.113
	Act. Primarias	1.005	1.364
	Electricidad, gas y agua.	1.067	1.297
IV	Prod. químicos y ref. petróleo	1.072	1.337
	Otras Ind. Manuf.	1.135	1.344
	Textiles	1.213	0.989

Fuente: Elaboración propia

Cuadro 26. Gráfico de clasificación de sectores por sus encadenamientos hacia adelante y hacia atrás



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente los sectores dependientes (IV) son los que tienen altos encadenamientos de ambos tipos, promoviendo el crecimiento de otros sectores al expandirse por demanda de insumos y además son necesarios para proveer insumos a otros sectores que estén creciendo.

En el Cuadro 26 realizamos la división de sectores de acuerdo con estos criterios y en el Cuadro 27 presentamos una representación gráfica muy ilustrativa de esta clasificación.

#### 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado la teoría de los modelos lineales de insumo producto, tanto en su versión abierta como cerrada, y también en la versión denominada "del lado de la oferta". Estos desarrollos nos han permitido avanzar en el análisis de los sectores de la economía mediante

las conceptualizaciones de multiplicador de la producción y del empleo, así como también con la teoría de los encadenamientos entre sectores. Se han proporcionado definiciones conceptuales de las herramientas así como fórmulas matriciales que permiten realizar los cálculos mediante un software matemático adecuado. Todos los desarrollos se han ejemplificado en un modelo sencillo de 2 sectores que permite la comprensión inmediata de la metodología. Finalmente se ha ejemplificado el uso de las herramientas presentadas desarrollando el cálculo de multiplicadores y encadenamientos para una matriz de insumo producto resumida de 19 sectores, consolidada a partir de la MIP 1997.

Es de esperar que la publicación de este trabajo contribuya (como decíamos en la introducción) a popularizar el uso del análisis de insumo producto entre los economistas como un metodología de análisis y de diseño de políticas públicas.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bekhet, H. (2010). Output, income and employment multipliers in Malaysian economy: input-output approach. *International Business Research*, 4(1), 208.

Bess, R., y Ambargis, Z. (2011), Input-output models for impact analysis: suggestions for practitioners using RIMS II multipliers. In *50th Southern Regional Science Association Conference, New Orleans, Louisiana* (pp. 1-28).

Breisinger, C., Thomas, M., y Thurlow, J. (2009). *Social accounting matrices and multiplier analysis: An introduction with exercises* (Vol. 5). Intl Food Policy Res Inst.

Cardenete, M. y Sancho, F. (2010). *The Role of Supply Constraints in Multiplier Analysis*, XVIII International Input-Output Conference Sydney, Australia

De Mesnard, L. (2007). *On the conditions of validity of the value input-output model* (No. 2007-07). LEG, Laboratoire d'Economie et de Gestion, CNRS, Université de Bourgogne.

Hernández, G. (2012). Matrices insumo-producto y análisis de multiplicadores: una aplicación para Colombia. *Revista de economía institucional*, 14(26), 203-221.

Leontief, W. (1941). *The Structure of the American Economy*, 1919–1929, Cambridge: Harvard University Press, 1941

Miller, R. & Blair, P. (2009), *Input-output analysis: foundations and extensions*, Cambridge University Press, New York

Miyazawa, K. (1976). *Input Ouput Analysis and the Structure of Income Distribution*, Springer – Verlag, Berlin

Naciones Unidas (2000). *Manual sobre la compilación y el análisis de los cuadros de insumo-producto*, Estudios de métodos Serie F No. 74, División de Estadística, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, Naciones Unidas.

Naciones Unidas (2004). *Utilización de las macrocuentas en el análisis de políticas*, Estudios de métodos Serie F No. 81, División de Estadística, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, Naciones Unidas.

Raa, T. (2005). *The Economics of Input-Output Analysis*, Cambridge University Press, New York

Robinson, S. (2006). Macro models and multipliers: Leontief, Stone, Keynes, and CGE models. In *Poverty, Inequality and Development* (pp. 205-232). Springer US.

Schuschny, A. (2005). *Tópicos sobre el modelo de insumo producto*, CEPAL, División de Estadísticas y Proyecciones Económicas, Santiago de Chile

Tarancón Morán, M. (2003). *Técnicas de Análisis Económico Input Ouput*, Editorial Club Universitario, Alicante