

Lo que todo estudiante y profesional de Ciencias Económicas debe saber sobre Programación Lineal y Entera para su apropiada formación Académica y eventual desempeño Profesional sin importar el nivel de avance en su carrera.

Por el Profesor Titular Consulto Lic. Fernando Victor Tow

Breve Introducción

Con este título, que quizás se juzgue excesivamente largo, he querido llamar la atención a todo el universo de estudiantes y profesionales en Ciencias Económicas de la importancia que tiene, o debiera tener, la programación lineal y entera, PL y E, tanto para su formación académica como para su eventual utilización profesional. Al convocar a todos los niveles de alumnos, y no sólo a los más avanzados en sus estudios, así como a los ya graduados, implícitamente estoy afirmando que la adquisición de esta importante herramienta de optimización práctica, la PL y E, es, además, sumamente sencilla de incorporar, si se la encara en la forma adecuada como se indicará en este curso.

La importancia de la PL y E desde el punto de vista del estudiante-profesional en Ciencias Económicas deviene del simple hecho que se trata de una técnica para resolver problemas reales de optimización del mundo de la economía y los negocios. Estos problemas se distinguen por su estructura lineal que resulta muy difundida en la realidad y cuya característica saliente es la de proporcionalidad. En otros términos, la típica lógica implícita en la regla del tres; si se requiere X unidades de un insumo y Z de otro para producir M unidades de un determinado bien, para producir el doble o el triple de unidades de este bien se requerirán el doble o el triple de las unidades de los respectivos insumos. Alternativamente dicho, si se quieren tM unidades del bien, se requerirán tX y tZ unidades de los insumos. Saber plantear y resolver este tipo de problema, agregando ciertas complicaciones para resultar realista, a mi juicio, es una impostergable necesidad que todo estudioso de las Ciencias Económicas debe satisfacer. Al fin y al cabo el núcleo crítico del término Economía se centra en obtener el máximo rendimiento de los recursos y/o la obtención del mínimo costo de las actividades para obtener un resultado. O, en otras palabras, la optimización de los objetivos propuestos, concepto absolutamente central en las Ciencias Económicas.

La sencillez en la asimilación de este instrumento radica en que cualquier problema resoluble mediante esta técnica puede desdoblarse naturalmente en dos partes bien diferenciadas y que pueden- y es conveniente que así sea- encararse por separado. Por un lado se tiene lo que denominaremos **el planteo o formulación** del problema de PL y E, y por el otro, **la aplicación de las técnicas de resolución** o algoritmos requerido para obtener respuestas al problema de optimización que se esboza analíticamente. La clave es pues ésta: mientras que el reconocimiento de los problemas que son pasibles de modelarse con PL y E se efectúa normalmente en términos descriptivos y esencialmente verbales, éstos deben ser traducido a una forma analítica, es decir a números y ecuaciones, para posteriormente resolverlos mediante la aplicación de métodos adecuados para tal fin. Como veremos, con cierta sistematización y el aprendizaje de algunos trucos sagaces, la parte de planteo o formulación analítica resultará relativamente simple. Si ahora se tiene en cuenta que la parte de la aplicación de algoritmos para resolver la formulación del enunciado numérico hoy en día, con la disponibilidad de programas de software para PC fáciles de implementar y diseñados para ese preciso fin, es decir resolver problemas de PL y E que han sido correctamente formulados matemáticamente, el círculo se cierra sin necesidad de tener que

encarar la resolución numérica manualmente o con súper calculadoras, que representaría la parte más engorrosa y ardua de esta materia.

Es interesante notar que, históricamente, la parte de la PL y E que ha recibido la mayor atención ha sido el análisis y aplicación de las técnicas utilizadas en la resolución de problemas previamente formulados. Es así que el estudio de la PL y E se ha ubicado tradicionalmente en el campo de la Matemáticas más que en el área de las materias económicas o administrativas. En tal contexto resulta central el aprendizaje del método Simplex propuesto por G Danzig en 1947 para resolver el aspecto de programación lineal – o PL a secas - y el método Ramificación y Acotamiento- “Branch and Bound” - avanzado por A. H. Land and A. G. Doig en 1960 para encarar conjuntamente al anterior procedimiento, los problemas con el requerimiento de que alguno o todos los números de la solución resulten números enteros. Estos dos métodos son material de estudio y aplicación estándar en esta área. Y su dificultad quizás explique por qué no esté tan difundido el estudio de la PL y E en las carreras en Ciencias Económicas. En este curso examinaremos conceptualmente estos sistemas para entender sus posibilidades, alcances y limitaciones, pero sin adentrarnos mayormente en su lógica de cálculo específico, precisamente porque existen programas de resolución por computadora que son muy fáciles de manejar, alguno de los cuales se mostrará como utilizar en el transcurso de este curso y que se empleará en forma intensiva para resolver los problemas de PL y E elegidos.

A continuación hemos de plantear un par de problemas que son factible de ser formulado analíticamente como problemas de de PL y E con el fin de desafiar a quienes nunca hayan estado expuesto a estas técnicas, para que se auto respondan si consideran que el planteo analítico y la solución del primero de ellos debiera ser de su incumbencia. O, para el caso, de la de cualquier estudiante o profesional en Ciencias Económicas. Si la respuesta fuera afirmativa sugerimos que intente encontrar una solución. En caso contrario sugiero que tal vez este curso no sea para Vd. Si lo intenta y no lo logra, entonces Vd. está en el curso correcto. Igual comentario corre para el segundo de los problemas pero para aquellos alumnos o graduados que hayan estado previamente expuestos a problemas de optimización.

El par de problemas

Una empresa dispone de de 1000 unidades de un insumo A y 1500 de otro, B. Se requiere una unidad de A y otra de B para producir una unidad del bien 1 y una unidad de A y dos de B para fabricar una unidad del bien 2. Si cada unidad de los insumos vale \$1 y cada uno de los bienes 1 y 2 puede venderse a \$1,2 y \$ 1,9 respectivamente, ¿Cuántas unidades de estos bienes deberá producirse para optimizar el uso de los recursos disponibles? ¿Convendría producir el bien 3 que necesita 2 unidades de A y 3 de B por cada unidad del bien 3 si se lo pudiera vender a \$ 3,2 ? (tenga en cuenta que la cantidad de cada bien a venderse debe ser un numero entero).

La empresa Fabril Maderera SA (FAMASA) posee un aserradero que produce tablones a partir de troncos de árboles (rollizos) que compra a varios proveedores y una planta que produce sillas plegables y mesas y que también ensambla juegos de camping compuestos de seis sillas y una mesa, todo a partir de la materia prima provista por el aserradero. En cada establecimiento hay una oficina de ventas. Existe la posibilidad de abrir un local comercial en una zona céntrica s, cuyo costo fijo total es de \$ 25.000/mes, si es que se decide hacerlo. Los restantes datos pertinentes son los siguientes:

Capacidad productiva de cada actividad

Tablones: 150.000/mes

Mesas: 15.000/mes

Sillas plegables: 18.000/mes

Requerimientos técnico-económicos

Se necesita un rollizo para producir 10 tablones

Se necesitan 2 tablones para producir una mesa

Se necesitan 4 tablones para producir 6 sillas

Costo de mano de obra/tablon \$ 2

Costo mano de obra/ mesa \$ 24

Costo de mano de obra /silla \$ 7

Costo mano de obra de ensamblaje/juego de camping \$ 2

Costo variable de comercialización por Juego de Camping en local céntrico \$ 10

Costo por rollizo tipo A \$ 265 (capacidad de suministro ilimitada)

Costo por rollizo tipo B \$ 260 (capacidad de suministro máxima de 4.00 unidades/mes)

Costo por rollizo tipo C de \$ 280 por las primeras 3.000 unidades/mes, de \$ 235 por las siguientes 4.000 unidades/mes y \$ 215 por las que superen las 7.000 unidades sin limitación de suministro)

Datos de mercado previstos

Precios de venta por Tablon \$ 29 en planta

Precios de venta por Silla \$ 22 en planta

Precios de venta por Mesa \$ 74 en planta

Precios de venta por juego de camping en planta \$ 225 y \$ 240 para ventas que superen las 1000 unidades

Precios de venta por juego de camping \$ 275 en local céntrico

Demanda prevista

Tablones 60.000 unidades/mes

Mesas 10.000 unidades/mes

Sillas 12.000 unidades/mes

Juegos de Camping 5.000 unidades/mes

Juegos de Camping: 15% del de la demanda prevista sería la demanda absorbida por el local de ventas en caso de abrirse.

Averigüe el programa de producción y venta de FAMASA que maximiza su beneficio.

Si FAMASA dispone como máximo \$ 15.000.000 mensuales para capital de trabajo – para financiar compras, costo de comercialización y mano de obra- y de requerir fondos adicionales deberá pagarle al banco 2% mensual sobre el excedente, siempre que el monto no supere los \$ 5.000.000 por mes pero 3% por la suma que exceda de dicho margen. Incluya esta circunstancia en su planteo y modifique, de corresponder, su solución.

Tenga en cuenta que estos dos problema pueden plantearse y resolverse cómodamente en menos de una hora treinta, que es el tiempo normal de duración de un examen en esta Facultad.

Objetivos del Curso

El objetivo central del curso es proveer las herramientas de programación lineal y entera para resolver variados problemas económicos y de gestión empresarial que requieren de un resultado matemático concreto. El énfasis del curso estará puesto, en primer lugar, en el desarrollo de habilidades que faciliten el reconocimiento de situaciones donde tal técnica es aplicable, y de

capacidades para realizar el planteo operativo previo para su resolución numérica. En un segundo lugar se repasará brevemente el marco teórico en el que se basan las rutinas matemáticas más utilizadas para dicho fin, en particular el método Simplex y el método "Branch and Bound". En tercer lugar se utilizarán software de uso muy habitual en los ordenadores personales tales como el "Solver" de Excel y el "What's Best" de Lindo Systems para resolver problemas de PL, PE y PnOL –Programación no Lineal-. En el Gabinete de Computación se realizarán las prácticas del curso.

Programa

Consideraciones generales. Montado del modelo, Tablas de Danzig, grafos, gráficos y ecuaciones. Modelos estáticos, espaciales y dinámicos. Planteo de problemas de PL y PE. Resolución de problemas de PL y PE. Método Simplex y "Branch and Bound" Resolución de problemas mediante programas de computación. Programa What's Best de Lindo y Solver para Excel. Dualidad y su aplicación práctica. Introducción a Modelos de Programación no lineal y su resolución.

Destinatarios del curso y calificaciones necesarias

El curso está abierto a todos los estudiantes y graduados en ciencias económicas que deseen adquirir herramientas operacionales de sus respectivas disciplinas más allá de los aspectos teórico-conceptuales que con mayor acento se imparten en la Facultad. No existe requisito mínimo para abordar este curso por parte de los estudiantes aunque resultaría conveniente tener aprobado el Ciclo Básico Común.

Desarrollo

Durante el transcurso del curso se plantearán y resolverán problemas de Planeamiento de la Producción y Ventas, de Transporte y Logística, de Mix y Blending, de Inventarios, de Planificación Financiera, de Economía Agropecuaria y Rotación de Cultivos, de Scheduling, de Asignación, de optimización en Redes y de Modelación Micro y Macroeconómica. También se plantearán problemas en los que se integran diferentes familias de modelos y se introducen aspectos como los costos fijos, los costos decrecientes, el ordenamiento secuencial de las actividades y el modelado de alternativas excluyentes. Se hará uso intensivo del gabinete de computación. Como Introducción a la PnOL se plantearán y resolverán problemas de cartera de inversión sujetas a riesgo y de minimización de costo de Colas. El dictado tendrá una duración de 12 sesiones, una por semana. No se solicita consultar bibliografía particular alguna. La lista de lecturas especializada será distribuida a lo largo del curso en la medida que se requiera.

Dictado

El dictado estará a cargo del Profesor Titular Consulto Lic. Fernando Víctor Tow del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA. Es graduado de la LSE de la Universidad de Londres con los títulos de BSc y MSc (econ) en la especialidad de Advanced Economic Theory. Previo a su designación actual se desempeñó como Profesor Titular Ordinario Regular en Microeconomía I y II en la FCE, UBA- Posee una dilatada trayectoria en el ámbito profesional como docente, investigador y consultor de empresas.