CMA CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN METODOS CUANTITATIVOS APLICADOS A LA ECONOMÍA Y LA GESTIÓN
IADCOM - UBA

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

LATINDEX
http://www.latindex.org/latindex/ficha?folio=2751

http://www.economicas.uba.ar/institutos_y_centros/rimf/

APLICACIÓN DEL MODELO DE MERTON UTILIZANDO VBA

Flavia MUNAFO
Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. Instituto de Investigaciones en Administración, Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión (IADCOM). Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA). Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.
flaviamunafo@economicas.uba.ar

Resumen

Recibido: 12/2017

Aceptado: 03/2018

Palabras clave

Modelo de Merton
Riesgo crediticio
Probabilidad de default
Distancia al default

El Modelo de Merton (1974) forma parte de los modelos estructurales de valuación de riesgo de crédito. Relaciona el riesgo de default con la teoría de la valuación de las opciones financieras y la estructura de capital de las empresas. Analiza las acciones de la compañía como una opción call sobre el valor de los activos y establece que se incurrirá en default cuando los activos de la empresa sean inferiores a los pasivos. En consecuencia, la probabilidad de incumplimiento es entonces la probabilidad de que, en el momento T, el valor de los activos esté por debajo del valor de los pasivos.

Para una empresa que cotiza en la bolsa, esta relación permite hacer una aproximación al valor libros de los activos a partir del precio de cotización de las acciones permitiendo estimar el punto en que la empresa entrará en default. De esta manera, conociendo el valor de los activos se puede implementar un proceso de iteración para calcular la volatilidad de los activos o simplemente utilizando la fórmula convencional de Black y Scholes. El siguiente trabajo tiene por objetivo implementar el modelo de Merton a un caso concreto de una empresa que cotiza en bolsa con el objetivo de calcular su probabilidad de default y sacar conclusiones al respecto. Para ello se utilizarán las Macros de Excel a través de la extensión de Visual Basic.

ISSN: 2250-687X - ISSN (En línea): 2250-6861

APPLYING THE MERTON MODEL USING VBA

Flavia MUNAFO
Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. Instituto de Investigaciones en Administración, Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión (IADCOM). Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA). Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.
flaviamunafo@economicas.uba.ar

Abstract

KEYWORDS
Merton model
Credit risk
Probability of default
Distance to default

The Merton Model (1974) is part of the structural models of credit risk valuation. It relates the risk of default with the theory of the valuation of financial options and the capital structure of companies. It analyzes the company's shares as a call option on the value of the assets and establishes that a default will be incurred when the assets of the company are lower than the liabilities. Consequently, the probability of default is then the probability that, at time T, the value of the assets is below the value of the liabilities.

For a company that is listed on the stock exchange, this relationship allows an approximation to the book value of the assets from the price of the shares to estimate the point at which the company will default. In this way, knowing the value of the assets, an iteration process can be implemented to calculate the volatility of the assets or simply using the conventional formula of Black and Scholes. The following work aims to implement the Merton model to a specific case of a listed company in order to calculate its probability of default and draw conclusions about it. To do this Excel macros will be used through the Visual Basic extension.

ISSN: 2250-687X - ISSN (En línea): 2250-6861

INTRODUCCIÓN

El riesgo de crédito es entendido como la posible pérdida que asume un agente económico como consecuencia del incumplimiento de las obligaciones contractuales que incumben a las contrapartes con las que se relaciona, generando pérdidas y la disminución del valor de los activos (Duffie, D., & Singleton, K. J. 2012). De esta manera, el riesgo de crédito está asociado a la probabilidad de no retorno o de retorno parcial de los recursos en el que incurren generalmente las instituciones financieras y los bancos. El acuerdo de Basilea (De Basilea, 2010) sobre supervisión financiera establece que el riesgo de crédito se puede calcular a través de tres componentes fundamentales: la probabilidad de incumplimiento, la pérdida en el momento de incumplimiento y la exposición en el momento de incumplimiento. De esta manera el riesgo de crédito resulta de la combinación de la probabilidad de incumplimiento de la contraparte y de las pérdidas ocasionadas por el mismo. Los sistemas de medición del riesgo de crédito (Altman, E. I., & Saunders, A. 1997) persiguen por objetivo cuantificar el impacto económico de los eventos. Pero para ello es necesario medir la probabilidad de que la contraparte incumpla.

El Modelo de Merton surge como una alternativa para medir la probabilidad de incumplimiento de las empresas. Supone que las empresas tienen dos formas de financiación a través de acciones y de deuda. Bajo los supuestos del modelo se establece que la empresa entrará en default cuando sus pasivos sean superiores a sus activos. Para ello, utiliza una formulación matemática basada en la fórmula de Black-Scholes (Black, F., & Scholes, M, 1973) que permite medir el número de desviaciones estándar entre el valor esperado del activo y el valor de la deuda (punto de default), lo que se conoce como distancia de default (DD) (Bharath, S. T., & Shumway, T. 2008).

El objetivo del trabajo es aplicar el Modelo de Merton para calcular la probabilidad de default de una empresa que cotiza en la bolsa, Pampa Energía. Bajo el modelo propuesto por Merton, el default tendrá lugar si los activos de la empresa no son suficientes para cubrir los pasivos. El trabajo se basa en el método utilizado por Löffler y Posch (2007). Este modelo estima el valor de los activos a partir del valor de mercado de las acciones que surge de la multiplicación del precio por la cantidad de acciones y el valor de los pasivos a partir del valor libros. Utilizando el valor de los activos y de los pasivos se construye una medida que representa el número de desviaciones estándar entre el activo y el pasivo.

El modelo utiliza las variables explicativas del valor de los activos y de los pasivos de la empresa a lo largo de los días hábiles del año. Estos datos fueron obtenidos de los estados financieros de la empresa. En este caso, se extrajo la información de la plataforma Bloomberg. De este modo, se tomó el valor libros de los pasivos, y de acuerdo a la hipótesis de los mercados eficientes, se asumió que el precio de mercado de la acción incorpora toda la información que tiene el mercado sobre el desempeño de la empresa. Con estos datos se calculó el riesgo de default (Kealhofer, S, 2003).

El trabajo está estructurado en tres secciones. En la primera sección se realizará una breve explicación del modelo de Merton, en el segundo apartado se resolverá el sistema de Merton a través de dos métodos, en primer lugar a través del proceso iterativo Fedorenko, R. P. (1964) y en segundo lugar a través de un sistema de dos ecuaciones. En la sección tres, se compararán los resultados obtenidos y se sacarán conclusiones al respecto.

1. MODELO DE MERTON

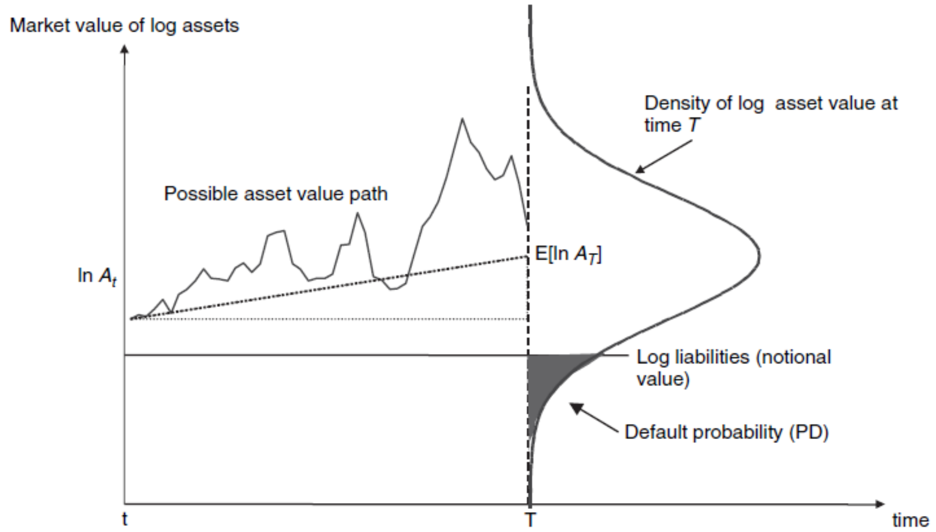
En los modelos estructurales de riesgo de default se identifican condiciones bajo las cuales se espera que los agentes entren en default y luego se estima la probabilidad de que esas condiciones ocurran. Merton propone un modelo que vincula el riesgo de default con la estructura de capital de las empresas. La premisa básica del modelo de Merton establece como supuesto que para una empresa de responsabilidad limitada, el default ocurre si el valor de los activos cae por debajo de los pasivos de la empresa. De la identidad contable **Activos = Pasivos + Patrimonio Neto**, y del supuesto según el cual los accionistas reciben el valor residual de la empresa, si los pasivos superan el valor de los activos, el valor del patrimonio neto será nulo y se esperará que la empresa ejerza la opción de declararse en default. Esta opción de la empresa se puede evaluar a través de la teoría de las opciones financieras (Merton, 1976)

El modelo de Merton establece que los pasivos de la empresa consisten en un bono cupón cero con valor teórico L y con vencimiento en T. No hay pagos hasta T, y los titulares de acciones esperarán hasta T antes de que decidan si se declaran en default o no. (Si ellos defaultean antes de T renunciarían a la posibilidad de beneficiarse de un aumento del valor del activo). En consecuencia, la probabilidad de default es entonces la probabilidad de que, en el momento T, el valor de los activos se encuentre por debajo del valor de los pasivos. Para determinar esta probabilidad se requiere información sobre los pasivos de la empresa que se obtienen de la hoja de balance.

Como se observa en el gráfico 1, para estimar la probabilidad de default se calcula el valor de los pasivos y el valor de los activos. El valor de los pasivos se considera como un bono cupón cero y además se supone fijo en el corto plazo, hasta T, por lo que su valor se puede extraer de los estados financieros de la empresa. Para estimar el valor de los activos en el corto plazo, el cual no se supone fijo, se necesita especificar la distribución de probabilidad en T. Una suposición común establece que el valor de los activos financieros (A_t) sigue una distribución logarítmica normal. El cambio anual esperado del valor logarítmico de los activos se denota por $\mu - \delta^2/2$. Simbolizamos a t como el período actual, donde μ es la media y δ la volatilidad de los activos. Siendo t el período actual, el valor logarítmico del activo en T sigue una distribución normal con los siguientes parámetros (1):

$$\ln A_t \sim N\left(\ln A_t + \left(\mu - \frac{\delta^2}{2}\right) * (T-t)\,,\ \delta^2\,(T-t)\right) \quad (1)$$

Gráfico 1: Probabilidad de default del modelo de Merton



Fuente: Löeffler, G., & Posch, M. P. N. (2011). Credit risk modeling using Excel and VBA. John Wiley & Sons. P. 28

En general, la probabilidad de que una variable X que se distribuye normalmente caiga por debajo de z, está dado por $\Phi[(z - \mathrm{E}[x])/\sigma(x)]$, donde $\emptyset$ denota la probabilidad acumulada de una distribución normal estándar. Aplicando este resultado a nuestro caso obtenemos la probabilidad de que el valor de los activos (A_t), caiga por debajo del valor de los pasivos (L). Esta probabilidad conocida como la probabilidad de default se obtiene como (2):

$$Prob\ (Default) = \frac{\emptyset[\ln L - ln\, A_t - (\mu - \delta^2/2)(T-t)]}{\delta\sqrt{T-t}}$$

$$= \frac{\emptyset[\ln(L/A_t) - (\mu - \delta^2/2)(T-t)]}{\delta\sqrt{T-t}} \qquad (2)$$

Usualmente se aplica el término distancia de default (DD) para medir el número de desviaciones estándar donde el valor esperado del activo At se separa del punto de default. De este modo, la ecuación anterior la podemos reescribir como (3):

$$DD = \frac{\ln A_t + (\mu - \delta^2/2)(T-t) - \ln L}{\delta\sqrt{T-t}}$$
$$= Pob\ (Default) = \emptyset(-DD) \qquad (3)$$

Si se conociera el valor de las variables y de los parámetros, la estimación de probabilidad de default se puede realizar fácilmente. Sin embargo, para una empresa típica no podemos observar el valor actual de mercado de los activos A_t , lo que podemos observar es el valor libros de los activos, que difiere del valor de mercado. Si no se puede observar el valor de los activos A_t, tampoco se conoce su volatilidad δ, por lo que no se puede aplicar la fórmula (2) y (3) para determinar la probabilidad de default.

En este contexto, Merton aplicó la teoría de pricing de las opciones para resolver el problema de la valuación de los pasivos de una empresa en presencia de default. Esta teoría permite establecer una relación entre los valores inobservables de (At, δ^2) y las variables observables. De esta manera, para las empresas que cotizan en bolsa se observa el valor de mercado del equity que está dado por el precio de la acción multiplicado por el número de acciones en circulación.

Merton establece una relación entre la teoría de valuación de las opciones financieras y la estructura de capital de las empresas (Modigliani, F., & Miller, M. H. 1958). Esto permite tratar el valor de mercado de las acciones y el valor nominal de los pasivos como opciones financieras sobre el valor de los activos de la empresa. La empresa emite dos tipos de responsabilidades sobre el valor de sus activos: acciones y deuda. Merton representa la acción como una opción call, comprada por los accionistas y la deuda como una opción put vendida por los acreedores, siendo L el precio de ejercicio de los dos casos.

Al ser representada la estructura de capital de la empresa como una opción call, el valor de la opción es el valor de mercado de las acciones y el precio spot es el valor de mercado de los activos (At). En el periodo T, se establece la siguiente relación para el valor esperado del call:

$$E_T = \max(0, A_t - L) \quad (4)$$

En el periodo T se puede establecer una relación entre el valor del capital y el de los activos. Mientras que el valor de los activos se encuentre por debajo del valor de los pasivos, el valor del equity será nulo, no se ejercerá la opción de compra, la empresa entrará en quiebra y los activos pasarán a manos de los acreedores. Si por el contrario, el valor de los activos supera el valor nominal de los pasivos, las acciones tomarán un valor positivo y su valor se incrementará linealmente con los incrementos del activo.

En la fecha T el pago de la deuda será:

$$B_T = A_t - C_t = A_t - Max\ A_t - L, 0 = Min\ A_t, L \ (5)$$

El pago del bono está determinado por el valor de los pasivos menos la opción de venta (opción put) sobre el valor de la compañía. Se pueden determinar dos escenarios, primero el titular de la deuda recibe en T la deuda pactada, es decir L, ya que en T la empresa no ejerce el derecho de venta dado que el valor de los activos supera a los pasivos. En el segundo escenario, el titular de la deuda recibe un valor inferior a la deuda pactada ya que la empresa ejerce la opción de venta sobre el valor de la compañía dado que los pasivos superan el valor de los activos en T.

La acción se puede considerar como un call sobre el valor de los activos, este valor de la acción está dado por la fórmula de Black y Scholes. De esta manera el pay-off de los tenedores de bonos es un portafolio compuesto por un bono cupón cero con un valor nocional de L y un corto en un put en los activos de la firma, con un strike de L. Si la firma no paga dividendos, el valor del capital se puede determinar con la fórmula estándar de opciones de Black –Scholes de la siguiente manera:

$$E_t = A_t * \emptyset(d_1) - L\, e^{-r(T-t)} * \emptyset(d_2) \quad (6)$$

Donde,

$$d_1 = \frac{\ln(A_t/L) + (r + \delta^2)(T - t)}{\delta\sqrt{T - t}} \qquad d_2 = d_1 - \delta\sqrt{T - t} \qquad (7)$$

Donde r denota la tasa libre de riesgo de los retornos logarítmicos. Ahora gracias a la teoría de pricing de las opciones tenemos una ecuación que vincula los valores observados (valor del equity) con los dos parámetros desconocidos (At, δ^2) a partir de la ecuación (6) y (7). De esta manera tenemos una ecuación con dos variables desconocidas. Hay muchas maneras de utilizar esta información. En la siguiente sección se van a presentar dos de ellas. En primer lugar se implementará un proceso iterativo y en segundo lugar se resolverá un sistema con dos ecuaciones. Finalmente en la última sección se sacarán conclusiones al respecto.

2. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE MERTON EN UN HORIZONTE DE UN AÑO PARA EL CASO DE LA EMPRESA PAMPA ENERGÍA

2.1 Proceso iterativo

Reorganizando la fórmula (6) de Black - Scholes obtenemos que:

$$A_t = \left[E_t + L\, e^{-r(T-t)} * \emptyset(d_2)\right]/\emptyset(d_1) \qquad (8)$$

Si retrocedemos en el tiempo 246 días, por los días hábiles con los que contó el año 2017, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$At = \left[Et + Lt * e^{-r_t(T-t)} * \emptyset(d2)\right]/\emptyset(d1)$$

$$A_{t-1} = \frac{\left[E_{t-1} + L_{t-1} * e^{-r_{t-1}(T-(t-1)} * \emptyset(d2)\right]}{\emptyset(d1)} \qquad (9)$$

.
.
.

$$A_{t-246} = \left[E_{t-246} + L_{t-260} * e^{-r_{1-246}(T-(t-246)} * \emptyset(d2)\right]/\emptyset(d1)$$

Para simplificar, no se agregaron subíndices de tiempo a los d_1 y d_2, mientras que sí se agregó a otras variables que van cambiando en el tiempo. El sistema se compone de 246 ecuaciones en donde hay 246 variables desconocidas del valor de los activos. De esta manera, la variable volatilidad de los activos deja de ser una variable desconocida y puede estimarse de la serie de A's quedando resuelto el sistema de ecuaciones.

A continuación se aplicará el modelo de Merton a un caso concreto. Generalmente las firmas tienen pasivos que vencen en diferentes momentos en el tiempo: de un día a 30 años o más. Pero se aplicará el supuesto que establece que la probabilidad de default es de un año. El sistema de ecuaciones se plantea de la siguiente manera:

$$At = [Et + Lt * e^{-r_t} * \emptyset(d2)]/\emptyset(d1)$$

$$A_{t-1} = [E_{t-1} + L_{t-1} * e^{-r_{t-1}} * \emptyset(d2)]/\emptyset(d1)$$

.
.
.

$$A_{t-246} = [E_{t-246} + L_{t-246} * e^{-r_{1-246}} * \emptyset(d2)]/\emptyset(d1) \qquad (10)$$

El sistema se resuelve mediante el siguiente proceso iterativo:

Iteración 0: Se establecen los valores iniciales de At para cada a=0,1,…,246. Se considera que At-a igual a la suma del valor de mercado del equity Et-a y el valor libros de los pasivos Lt-a. Se supone que la desviación estándar es igual a los retornos logarítmicos computados con At-a.

Iteración K: Insertando At-a y δ^2 de las iteraciones anteriores en la fórmula de Black y Sholes. Hay que introducir d1 y d2 en la ecuación (8) para computar el nuevo At-a. Nuevamente se usa At-a para computar la volatilidad de los activos.

Se continúa hasta que el procedimiento converja. Una forma de verificar la convergencia es examinar el cambio en los valores de los activos de una iteración a la siguiente. Si la suma de las diferencias al cuadrado entre valores de activos consecutivos está por debajo de algún valor pequeño (como 10^{-10}) es necesario detenernos.

A continuación se implementará el proceso explicado anteriormente a un caso concreto de la empresa Pampa Energía para el periodo 2017. En la primera columna se encuentra el período bajo evaluación que abarca del 2 de enero del 2017 al 29 de diciembre del 2017. Se considerarán exclusivamente los 246 días hábiles del año. En la columna que sigue se encuentra el equity que fue calculado a través de la multiplicación de la cantidad de acciones por el precio de las mismas en base a series de datos descargados de la plataforma Bloomberg. Luego se encuentran los pasivos de la empresa para la cual se descargó información del promedio trimestral de los pasivos en valor libros de la empresa y se supuso que los pasivos se mantienen contantes durante periodos de tres meses.

Como tasa libre de riesgo se utilizará la tasa Badlar. La que sigue a la tasa contiene el valor de los activos de la empresa, que bajo el supuesto del modelo surge de la suma del valor de mercado del equity de la empresa y el valor libros de los pasivos. La columna iter k+1 contiene el sistema de ecuaciones (10). Para cada día se computa el valor de los activos usando la formula recursiva de Black - Scholes. Para simplificar los cálculos se puede escribir la función de Bd1 en Visual Basic.

En la columna log retornos se computan los retornos logarítmicos de los activos. Luego, para determinar la volatilidad de los activos en términos anuales se calcula la desviación estándar de los retornos logarítmicos mensuales a través de la función STDEV multiplicando por los 246 días de trading y se multiplica el resultado por la raíz cuadrada de 12. Este procedimiento se conoce como la regla de la raíz T. En fórmula quedaría expresada como $\delta(r_0, T) = \sqrt{T} * \delta\ (r_t)$.

El proceso de iteración se resuelve a través de una macro iterativa. Para ello es necesario copiar la columna log retornos en la columna que contiene el sistema de ecuaciones (iter k+1), mientras la suma de las diferencias al cuadrado de los activos en ambas columnas sean menores que 10^{-10}. Finalmente, la suma de las diferencias cuadradas se computa usando la función SUMXMY2.

Tabla 1. Utilización del proceso iterativo para estimar el valor de los activos y la volatilidad

PROCESO ITERATIVO

$$A_{t-246} = [E_{t-246} + L_{t-246} * e^{-r_{1-246}} * \emptyset(d2)]/\emptyset(d1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(A_t/L) + (r + \delta^2)(T-t)}{\delta\sqrt{T-t}} \qquad d_2 = d_1 - \delta\sqrt{T-t}$$

ln (At/At-1)

Es la desviación estandar de los retornos logarítmicos

Fecha	Market Equity	Pasivos	Tasa libre de riesgo	Valores de los activos iter k (E+L)	iter k+1	log retornos	Volatilidad de los activos iter k	
02/01/2017	42606,68	33139,00	19,8%	75.746	69.790		22,16%	=STDEV(H5:H265)*246^0.5
03/01/2017	42514,85	33139,00	20,1%	75.654	69.613	-0,12%	Sum of squared errors	
04/01/2017	42882,15	33139,00	19,9%	76.021	70.048	0,48%	1,22E+10	=SUMXMY2(F4:F265,G4:G265)
05/01/2017	42239,38	33139,00	19,8%	75.378	69.439	-0,85%		
06/01/2017	43157,63	33139,00	19,9%	76.297	70.323	1,21%		

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la plataforma Bloomberg, Yahoo Finance

Para la fórmula de la probabilidad de default se necesita calcular el cambio esperado en el valor de los activos. Con el valor de los activos obtenido anteriormente, se puede aplicar el procedimiento estándar para estimar el retorno esperado con el modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM) (Merton, R. C. ,1973) Se obtiene el beta de los activos con respecto al índice de mercado y luego se aplica la fórmula del CAPM para calcular el retorno del activo i:

$$E[R_i] - R = \beta_i * (E[R_m] - R_f) \qquad (11)$$

R denota la tasa libre de riesgo de los retornos (R=exp(r)-1). Se toma el índice del Merval como un proxy de los retornos del portafolio de mercado R_M. Los cálculos se muestran en la tabla 2. Para construirla, en primer lugar, se copiaron los valores de los activos de la tabla 1, se agregó el índice merval y la tasa libre de riesgo. Luego se calcularon los excesos de retorno de los activos y del índice Merval. El exceso de los retornos es igual al retorno menos la tasa libre de riesgo.

Haciendo una regresión de los retornos de los activos sobre los retornos del Merval obtenemos una estimación del beta de los activos, para ello se usa la función SLOPE o PENDIENTE. Asumiendo una desviación estándar del 4%, el valor esperado del retorno de los activos es de 23% aproximadamente. La tasa drift μ se usa para nominar los retornos logarítmicos. μ es igual a $\ln(1 + E(R_i))$. Una vez estimada la volatilidad de los activos, el valor de los activos y la tasa drift μ, se puede computar la probabilidad de default.

Tabla 2. Utilización de los activos estimados y el modelo CAPM para derivar la tasa drift y los retornos de los activos estimados.

Data				Exceso de retornos		CAPM calculos (market premium assumed 4%)	
				=(At/At-1)-(1+RF(t-	=(Merval Rm t/Merval Rm t-1)-(1+RF(t-1)/246)		
Fecha	Activos At	Merval Rm	Tasa libre de riesgo	Activos At	Merval	E(Rm)-Rf=	0,04
02/01/2017	75.746	1517,68	19,81%			Beta	
03/01/2017	75.654	1520,77	20,13%	-0,20%	0,12%	-0,050	
04/01/2017	76.021	1520,77	19,88%	0,40%	-0,08%	=SLOPE(F5:F265,G5:G265)	
05/01/2017	75.378	1507,08	19,75%	-0,93%	-0,98%	Valor esperado de los retornos	
06/01/2017	76.297	1492,25	19,88%	1,14%	-1,06%	0,230	
09/01/2017	76.664	1502,51	19,88%	0,40%	0,61%	=D265+I5*0.04	
10/01/2017	78.776	1494,50	20,06%	2,67%	-0,61%	Drift rate µ	
11/01/2017	79.602	1489,26	19,63%	0,97%	-0,43%	0,207	Retorno logaritmico
12/01/2017	79.235	1481,99	19,63%	-0,54%	-0,57%	=LN(1+I8)	
13/01/2017	80.888	1484,91	19,75%	2,01%	0,12%		
16/01/2017	81.531	1480,87	19,75%	0,71%	-0,35%	F5: =B5/B4-(1+$D4/260)	
17/01/2017	82.173	1465,81	19,88%	0,71%	-1,10%	(se puede copiar para F5:F265)	
18/01/2017	83.367	1444,51	19,75%	1,37%	-1,53%	G5: =C5/C4-(1+$D4/260)	
19/01/2017	82.724	1459,90	19,63%	-0,85%	0,99%	(se puede copiar para G5:G265)	

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la plataforma Bloomberg, Yahoo Finance

2.2 Una solución utilizando los valores del equity y la volatilidad del equity

2.2.1 Método 1: Proceso iterativo

La solución iterativa utiliza la fórmula de Black-Scholes y resuelve la ecuación con dos parámetros desconocidos para varios periodos de t.

$$E_t = A_t * \emptyset(d_1) - Le^{-r(T-t)} * \emptyset(d_2) \qquad (12)$$

Tabla 3. Utilización de los valores estimados para calcular la probabilidad de default.

METODO 1: PROCESO ITERATIVO
Ahora se puede calcular la probabilidad de default para el ultimo día del año

Estimados
Una solucion usando los valores del equity y la volatilidad del equity

Valor del activo A_t	134.482	(de la Tabla 1)
Volatilidad del activo σ	22,2%	(de la Tabla 1)
Tasa drift del activo µ	20,7%	(de la Tabla 2)

Dato de la hoja de balance

Pasivos L	42.966	(de la Tabla 1)

Calculos de la probabilidad de default

Distancia al default (DD)	5,97	=(LN(B2)+(B4-B3^2/2)-LN(B7))/B3
Probabilidad de default	0,00%	=NORMSDIST(-B10)

La distancia del default mide el numero de desviaciones estandar del valor esperado de los activos del default.

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la plataforma Bloomberg, Yahoo Finance

En la tabla 3 se calculó la probabilidad de default con la fórmula 3, introduciendo los valores obtenidos en la tabla 1.

2.2.2 Método 2: Resolución de sistema de ecuaciones

Otra forma de resolverlo es usando la ecuación (12) para el periodo t únicamente y agregar otra ecuación que contenga dos incógnitas (13). Se puede mostrar que la volatilidad del equity δ_E está relacionada con el valor del activo At y la volatilidad δ:

$$\delta_E = \delta * \emptyset(d_1) * A_t/E_t \qquad (13)$$

Donde d_1 es la desviación estándar de Black-Scholes y está dado por la ecuación (7). Si conocemos el valor del equity E_t y tenemos la estimación de la volatilidad del equity δ_E, las ecuaciones (12) y (13) son dos ecuaciones con dos incógnitas. El sistema de dos ecuaciones no tiene una solución en forma cerrada, pero podemos usar rutinas numéricas para solucionarlo.

Para ello se usa un horizonte de T-t años, se toma el valor del equity E_t de mercado, los pasivos iguales al valor libros L y se usa al igual que antes la tasa badlar para calcular la tasa libre de riesgo. El único parámetro nuevo que es necesario estimar es la volatilidad del equity δ_E. Para ello se hace una estimación del valor histórico de la volatilidad para los 246 días y luego se anualiza. Ahora se cuenta con toda la información para resolver el sistema de Black - Scholes. En la tabla 4 que sigue se muestran los cálculos para resolverlo. Los precios de las acciones se encuentran en la columna B y en la columna C se calculan los retornos logarítmicos. Luego aplicando la fórmula STDEV o DESVEST para todo el rango que contiene los retornos, se obtienen los retornos diarios. Luego se anualiza dicho valor multiplicándolo por 246 dias hábiles del año y elevándolo al exponente 0.5.

Tabla 4. Estimación de la volatilidad a partir del precio de las acciones

METODO 2: RESOLUCION DE SISTEMA DE ECUACIONES

Fecha	Precio de cierre de acciones ($)	Retorno diario =ln(Pt/Pt-1)	
			Volatilidad
02/01/2017	23,2		**31,78%**
03/01/2017	23,15	-0,22%	=STDEV(C3:C263)*246^0.5
04/01/2017	23,35	0,86%	
05/01/2017	23	-1,51%	**Es la desviación estandar de los retornos**
06/01/2017	23,5	2,15%	
09/01/2017	23,7	0,85%	
10/01/2017	24,85	4,74%	
11/01/2017	25,3	1,79%	
12/01/2017	25,1	-0,79%	
13/01/2017	26	3,52%	=LN(B11/B10)
16/01/2017	26,35	1,34%	(se puede copiar para el rango C3:C265)
17/01/2017	26,7	1,32%	
18/01/2017	27,35	2,41%	
19/01/2017	27	-1,29%	
20/01/2017	27,7	2,56%	

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la plataforma Bloomberg, Yahoo Finance.

Con los datos obtenidos ahora es necesario resolver el sistema de ecuaciones de Black-Scholes tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 5. Calibración del modelo de Merton

METODO 2: RESOLUCION DE SISTEMA DE ECUACIONES

Datos/Supuestos

Valor del equity E_t	91.516	(Se obtiene del ultimo dia de la tabla 1)
Volatilidad del equity σ_E	31,78%	(Se obtiene de la volatilidad calulada en tabla 3)
Pasivos L_t	42.966	(Se obtiene del ultimo dia de la tabla 1)
Tasa libre de riesgo r	23,25%	(Se obtiene del ultimo dia de la tabla 1)
Horizonte temporal (T-t)	1	Suponemos un horizonte de 1 año

Parametros desconocidos Suponemos valores iniciales para los valores desconocidos

Asset Value A_t	125.569	(inital value: =B2+B4) **At=Et+Lt**
Asset Volatility σ	23,16%	(inital value: =B3*B2/B9) $\boldsymbol{\delta_E = \delta_E * E_t/A_t}$

Valores de la fórmula de Black-Scholes

d_1	5,75	=(LN(B9/B4)+(B5+B10^2/2)*B6)/(B10*B6^0.5)
d_2	5,52	=B13-B10*B6^0.5
Equity value E_t	91.516	=B9*NORMSDIST(B13)-B4*EXP(-B5*B6)*NORMSDIST(B14)
Equity volatility σ_E	31,78%	=(B9/B15)*B10*NORMSDIST(B13)

Objetivo: Minimizar la deviation data – modelo

Squared rel. errors	0,0000000	=(B15/B19B2-1)^2+(B16/B3-1)^2

Calculamos el error relativo cuadrado del valor estimado y del verdadro valor del parametro menos uno

0,000000000000%

Default probability calculations

Distance to default	5,409981073
Default probability	0,0000032%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la plataforma Bloomberg, Yahoo Finance

Los parámetros son desconocidos, por tal motivo es necesario asignarles valores reales, valores mayores que cero. Una buena forma de asignar valores iniciales es considerar como valor de los activos la sumatoria del equity y los pasivos a valor libros, mientras que la volatilidad del activo se puede resolver con la ecuación (13).

$$\delta_E = \delta * \emptyset(d_1) * A_t/E_t \quad (13)$$

Resolviendo la ecuación con respecto a δ y asumiendo que $\emptyset(d_1) = 1$, llegamos a la siguiente aproximación:

$$\delta_E = \delta_E * E_t/A_t \qquad (14)$$

El sistema de ecuaciones puede ser resuelto si la diferencia entre los valores del modelo y los valores observados es nula. Es decir,

$$E_{t(modelo\ de\ B-S)} = E_{t(observado)}$$

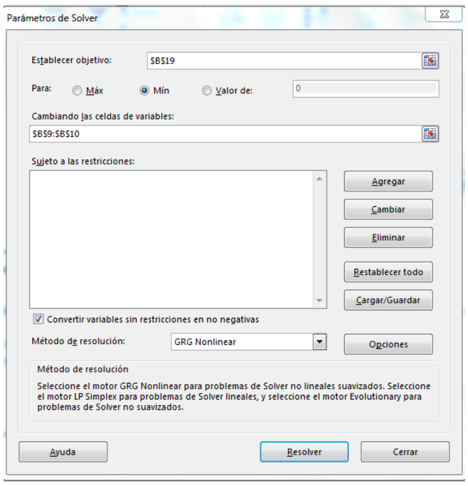
$$\delta_{E(modelo\ de\ B-S)} = \delta_{E(observado)}$$

Para que se cumpla esta igualdad es necesario que vayan variando los valores de los parámetros A_t y δ. Dado que el valor de los activos y la volatilidad de los mismos están expresados en unidades de diferente orden es necesario calcular las diferencias cuadráticas porcentuales. La función objetivo que se va a minimizar es la siguiente:

$$\left(\frac{Modelo\ E_t}{Valor\ observado\ E_t}-1\right)^2+\left(\frac{Modelo\ \delta_E}{Valor\ observado\ \delta_E}-1\right)^2$$

Utilizando el solver se minimiza la diferencia cuadrática, cambiando los valores de A_t y de δ. En la ventana del solver es necesario configurar la opción que asuma valores no negativos y que utilice escalas automáticas.

Gráfico 2. Ventana del solver



Fuente: Elaboración propia

Para calcular la probabilidad de default nuevamente se necesita la tasa drift de los retornos de los activos. Para esto se pueden implementar los mismos cálculos que se aplicaron en el caso anterior. Aplicando los cálculos de la tabla 5 para una serie de datos en el pasado, obtenemos una serie de valores de los activos y se puede implementar el modelo CAPM. Utilizando la tasa drift obtenida anteriormente de 20.7%, la probabilidad de default se puede obtener como se obtuvo en la tabla 3 que es del 0%.

2.3 Comparación de resultados

En la siguiente sección se analizarán los resultados de ambos enfoques:

Tabla 6. Resultados de ambos procesos

	Proceso iterativo (Tabla 3)	Sistema de dos ecuaciones (Tabla 5)
Valor de los activos At	134.482	125.569
Volatilidad de los activos	22.2%	23.16%
Distancia al default	5.97%	5.40%
Probabilidad de default	0.000000115425%	0.000003152%

Fuente: Elaboración propia en base a información de tablas anteriores

El proceso iterativo y el proceso basado en resolver un sistema de dos ecuaciones, se encuentran relativamente cercanos. Las volatilidades de los activos difieren drásticamente, lo que es la razón principal por la cual difieren las probabilidades de default. Este hecho puede parecer extraño, ya que se utilizó el mismo historial de un año de precios de acciones en ambos enfoques. Sin embargo, fueron utilizados de diferentes maneras. En el enfoque de 2 ecuaciones, se estimó la volatilidad del equity a través de los precios.

En el proceso iterativo se calculó la volatilidad a través del desvío estándar de los retornos logarítmicos de los activos y en el sistema de ecuaciones la volatilidad se calculó utilizando la fórmula (14) que vincula la volatilidad del equity calculada con los precios históricos de las acciones y los activos y el equity total. Finalmente los datos antes calculados fueron reemplazados en la ecuación (4) para calcular la probabilidad de default, que en ambos casos resultó ser cercana a cero.

3. CONCLUSIONES

La importancia del modelo de Merton radica en que puede ser implementado en la práctica utilizando datos reales con interpretaciones claras. En el presente trabajo se aplicó el modelo de Merton para evaluar la probabilidad de default de la empresa Pampa Energía, que es la mayor compañía eléctrica de la Argentina. De acuerdo con los resultados obtenidos con ambos métodos, a través del proceso iterativo y a través de la resolución de un sistema de ecuaciones, la probabilidad de default es cercana a cero para la empresa. Este resultado es consistente con la calificación crediticia otorgada por Fix Ratings en el presente año, la cual corresponde a AA- con una perspectiva "estable".

Sin embargo debe tenerse en cuenta que los modelos económico–financieros son una representación simplificada de la realidad, por lo que presentan ciertas limitaciones. Aunque tiene ventajas debido a su sencilla representación y calibración, su evaluación empírica no es del todo absoluta ya que se han encontrado sesgos a la hora de realizar su contrastación y se ha detectado a través de contrastaciones empíricas que el modelo subestima el riesgo de default de las empresas.

De acuerdo con los resultados empíricos obtenidos, la probabilidad de default de la empresa es nula, este hecho puede no ser del todo correcto si nos salimos del modelo teórico, ya que es 100% probable que una empresa carezca de riesgo de default. Si incorporáramos otros parámetros que midieran la información cualitativa podríamos demostrar que el riesgo de crédito no es nulo.

Una de las limitaciones del modelo de Merton radica en que asume que el pasivo de una empresa está compuesto únicamente por la emisión de bonos y que la insolvencia o probabilidad de default puede producirse al vencimiento de tal obligación, que para la extensión utilizada en el trabajo suponemos que es de un año. Ese hecho impide determinar la probabilidad de impago para un periodo inferior a la maturity del bono.

Otra limitación del modelo la constituye el supuesto de Movimiento Browniano Geométrico que sigue el valor del activo y de la acción. Este supuesto es utilizado cuando se supone que el valor del activo puede ser calculado a partir del valor de mercado de las acciones que surge de multiplicar su precio por las cantidades de las mismas, y al calcular la probabilidad de default en términos de la distancia al default.

El supuesto de movimiento Browniano Geométrico incluye suposiciones adicionales que restringen el modelo. El cambio de los precios en independiente, es decir el precio del periodo actual no guarda relación con el precio del período anterior. El cambio en los precios sigue una distribución normal, por lo tanto el proceso está dominado por eventos ordinarios, mientras que los eventos extremos ocurren con poca frecuencia. El cambio en los precios es continuo, es decir sin saltos. A pesar de las limitaciones del modelo inicial de Merton (1974), la literatura sugiere que el modelo presenta buenos resultados en su aplicación práctica cuando el mismo se contrasta con modelos más avanzados y por eso se continúa utilizando en el cálculo de probabilidades.

BIBLIOGRAFÍA

Altman, E. I., & Saunders, A. (1997). Credit risk measurement: Developments over the last 20 years. Journal of banking & finance, 21(11-12), 1721-1742.

Bharath, S. T., & Shumway, T. (2008). Forecasting default with the Merton distance to default model. The Review of Financial Studies, 21(3), 1339-1369.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. Journal of political economy, 81(3), 637-654

DE BASILEA, Comité de Supervisión Bancaria. Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios. Recuperado el 15 de 09 de 2012, de http://www. bis. org/publ/bcbs189_es. pdf, 2010.

Duffie, D., & Singleton, K. J. (2012). Credit risk: pricing, measurement, and management. Princeton University Press.

Fedorenko, R. P. (1964). The speed of convergence of one iterative process. USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 4(3), 227-235.

Kealhofer, S. (2003). Quantifying credit risk I: default prediction. Financial Analysts Journal, 59(1), 30-44.

Löeffler, G., & Posch, M. P. N. (2011). Credit risk modeling using Excel and VBA. John Wiley & Sons.

Merton, R. C. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 867-887.

Merton, R. C. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. The Journal of finance, 29(2), 449-470.

Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. Journal of financial economics, 3(1-2), 125-144.

Modigliani, F., & Miller, M. H. (1958). The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. The American economic review, 48(3), 261-297.