PICNA
Nº9 NOTA DE DIVULGACIÓN

# DEMANDA, PRECIOS Y EMPLEO EN EL ANÁLISIS INSUMO PRODUCTO

.UBAeconómicas

LUIS A. SUÁREZ

Programa de Investigación en Cuentas Nacionales [PICNA],
FCE-UBA – E-mail: lsuare@yahoo.com.ar

Las Notas de Divulgación del PICNA tienen como finalidad principal difundir la investigación y los conceptos técnicos de las cuentas nacionales de una manera accesible para que sea comprensible por el público general.

Los autores son responsables de las opiniones expresadas en los documentos.

**Universidad de Buenos Aires**

**Facultad de Ciencias Económicas**

**Programa de Investigación en Cuentas Nacionales**

**Nota de divulgación No. 9**

# Demanda, precios y empleo
# en el análisis insumo producto

**Luis A. Suárez***

**Abril 2022**

---

* Programa de Investigación en Cuentas Nacionales **[PICNA]**, FCE-UBA – E-mail: lsuare@yahoo.com.ar

# Demanda, precios y empleo

# en el análisis insumo producto

**Luis A. Suárez**

El análisis insumo producto es una herramienta teórica creada por Wassily Leontief en la década de 1930. En 1968, Naciones Unidas publicó **A System of National Accounts**, en donde el marco insumo-producto, se integró en el sistema de cuentas nacionales.

En esta Nota, se presentan dos modelos del análisis insumo-producto: el modelo de demanda y el de precios; luego, como aplicación, el modelo de empleo.

Dada la siguiente MIP:

**MATRIZ DE INSUMO PRODUCTO**

| | A | B | C | DI | f | q |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | 5 | 30 | 0 | 35 | 65 | 100 |
| **B** | 10 | 40 | 10 | 60 | 90 | 150 |
| **C** | 10 | 10 | 0 | 20 | 120 | 140 |
| **CI** | 25 | 80 | 10 | 115 | 275 | 390 |
| **g** | 75 | 70 | 130 | 275 | | |
| **q** | 100 | 150 | 140 | 390 | | |

Donde:

A, B, C, sectores

CI consumo intermedio

g inputs primarios

q valor de producción

DI demanda intermedia

f demanda final

A continuación, se desarrollan los modelos de demanda y de precios, mostrando su equivalencia formal.

1. A partir de la MIP propuesta se definen las matrices de coeficientes A y A’

**MODELO DE DEMANDA**

**MATRIZ A**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 0,05 | 0,2 | 0 |
| B | 0,1 | 0,266666667 | 0,071428571 |
| C | 0,1 | 0,066666667 | 0 |
| | 0,25 | 0,533333333 | 0,071428571 |
| g | 0,75 | 0,466666667 | 0,928571429 |
| p | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

**MODELO DE PRECIOS**

**Traspuesta A'**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 0,05 | 0,1 | 0,1 |
| B | 0,2 | 0,26666667 | 0,06666667 |
| C | 0 | 0,07142857 | 0 |

2. Luego las matrices unitarias

**MATRIZ I**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 0 |
| C | 0 | 0 | 1 |

**MATRIZ I**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 0 |
| C | 0 | 0 | 1 |

3. A continuación, las diferencias con la matriz unitaria

**MATRIZ ( I - A )**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 0,95 | -0,2 | 0 |
| B | -0,1 | 0,73333333 | -0,0714286 |
| C | -0,1 | -0,06666667 | 1 |

**( I - A' )**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 0,95 | -0,1 | -0,1 |
| B | -0,2 | 0,73333333 | -0,06666667 |
| C | 0 | -0,07142857 | 1 |

4. El paso siguiente: obtener la inversa de cada matriz.

**MATRIZ $( I - A )^{-1}$**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 1,08626198 | 0,29818956 | 0,02129925 |
| B | 0,15974441 | 1,41640043 | 0,10117146 |
| C | 0,11927583 | 0,12424565 | 1,00887469 |

**$( I - A' )^{-1}$**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | 1,08626198 | 0,15974441 | 0,11927583 |
| B | 0,29818956 | 1,41640043 | 0,12424565 |
| C | 0,02129925 | 0,10117146 | 1,00887469 |

5. Formalizando cada modelo:

$$\begin{array}{lcccc} Aq & + & f & = & q \\ & & f & = & q - Aq \\ & & f & = & (I - A)\,q \\ (I - A)^{-1} & & f & = & q \end{array}$$

$$\begin{array}{lcccc} A'p & + & g & = & p \\ & & g & = & p - A'p \\ & & g & = & (I - A')\,p \\ (I - A')^{-1} & & g & = & p \end{array}$$

6. Resolviendo cada modelo para la MIP propuesta:

**modelo abierto de Leontief (demanda)**

$$\begin{bmatrix} 1{,}08626198 & 0{,}29818956 & 0{,}021299 \\ 0{,}15974441 & 1{,}41640043 & 0{,}101171 \\ 0{,}11927583 & 0{,}12424565 & 1{,}008875 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 65 \\ 90 \\ 120 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 150 \\ 140 \end{bmatrix}$$

**modelo de precios**

$$\begin{bmatrix} 1{,}08626198 & 0{,}15974441 & 0{,}119276 \\ 0{,}29818956 & 1{,}41640043 & 0{,}124246 \\ 0{,}02129925 & 0{,}10117146 & 1{,}008875 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0{,}7500 \\ 0{,}4667 \\ 0{,}9286 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}0000 \\ 1{,}0000 \\ 1{,}0000 \end{bmatrix}$$

7. Una forma alternativa de la inversa $(I - A')^{-1}$ en el modelo de precios es:

**modelo de precios**

$$\underset{\left[(I-A)^{-1}\right]'}{\begin{bmatrix} 1{,}08626198 & 0{,}15974441 & 0{,}119276 \\ 0{,}29818956 & 1{,}41640043 & 0{,}124246 \\ 0{,}02129925 & 0{,}10117146 & 1{,}008875 \end{bmatrix}} \times \underset{g}{\begin{bmatrix} 0{,}7500 \\ 0{,}4667 \\ 0{,}9286 \end{bmatrix}} = \underset{p}{\begin{bmatrix} 1{,}0000 \\ 1{,}0000 \\ 1{,}0000 \end{bmatrix}}$$

basándose en el teorema del álgebra lineal que establece que la inversa de una matriz traspuesta es igual a la transpuesta de una matriz inversa:

$$(I - A')^{-1} = \left[(I-A)^{-1}\right]'$$

8. Estos modelos de la MIP son 3x3 para facilitar el análisis, pero, en forma general, son **nxn**. En cuanto a los vectores **g** y **f** el detalle es el siguiente:

Componentes del vector fila **g** para el modelo de precios

- IMPORTACIONES de BIENES y SERVICIOS
- IMPUESTOS netos de SUBVENCIONES SOBRE PRODUCTOS IMPORTADOS
- IMPUESTOS netos de SUBVENCIONES SOBRE PRODUCTOS NACIONALES
- REMUNERACION DE ASALARIADOS REGISTRADOS
- REMUNERACION DE ASALARIADOS NO REGISTRADOS
- CONTRIBUCIONES DE LA SEGURIDAD SOCIAL[1]
- EXCEDENTE DE EXPLOTACION BRUTO
- INGRESO MIXTO BRUTO

Componentes del vector columna **f** para el modelo abierto[2] de Leontief (demanda)

- GASTO de CONSUMO de los HOGARES
- GASTO de CONSUMO del GOBIERNO (individual y colectivo)
- GASTO de CONSUMO de las ISFLSH
- FORMACIÓN BRUTA de CAPITAL FIJO
- VARIACION de EXISTENCIAS (trabajos en curso y terminados)
- ADQUISICION NETA de OBJETOS VALIOSOS
- EXPORTACIONES de BIENES y SERVICIOS REALES

[1] Las contribuciones a la S.S., integran la remuneración de asalariados; no se incluyeron en asalariados registrados para identificarlas, y en no registrados no aplican.
[2] En el modelo abierto la demanda final se trata como variable exógena.

## MODELO DE EMPLEO

***Definiciones:***

**1) Coeficiente directo de empleo ($\lambda^d$)**

$\lambda^d_j$ = $\mathbf{N}_j$ / $\mathbf{VBP}_j$

**2) Coeficiente total (directo e indirecto) de empleo ($\lambda^T$)**

$\lambda^T_j = \Sigma \, ( \mathbf{a}_{ij} \;\; \lambda^{\mathbf{d}}_i )$

**3) Multiplicador de empleo ($\mu$)**

$\mu_j = \lambda^T_j \, / \, \lambda^d_j$

***Simbología:***

**N**: ocupados o puestos de trabajo

**VBP**: valor bruto de producción

$\lambda$ : coeficiente de empleo

**a**: coeficiente de la matriz ( **I - A** )$^{-1}$

$\mu$: multiplicador de empleo

*subíndices:*
**i**: fila (ramas de actividad)
**j**: columna ( *ramas* de actividad )

*superíndices:*
**d**: directo
**T**: total

***Procedimiento matricial de cálculo:***
*(ejemplo con 3 ramas:* **i** *=* **j** *= 3)*

**1) Requisitos directos de empleo**

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N_1} & \mathbf{N_2} & \mathbf{N_3} \end{bmatrix}_{1x3} \mathbf{x} \begin{bmatrix} 1 / \mathbf{VBP}_1 & & \\ & 1 / \mathbf{VBP}_2 & \\ & & 1 / \mathbf{VBP}_3 \end{bmatrix}_{3x3} = \begin{bmatrix} \lambda^d_1 & \lambda^d_2 & \lambda d_3 \end{bmatrix}_{1x3}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Ecuación 1** | ***n*** | (x) | ***vbp**** | = | $\Lambda^d$ |

***n*** : vector fila de empleo **j**

***vbp****: vector columna ***vbp*** diagonalizado

$\Lambda^d$: vector fila de coeficientes directos de empleo

$$\mathbf{vbp} = \begin{bmatrix} 1 / \mathbf{VBP}_1 \\ 1 / \mathbf{VBP}_2 \\ 1 / \mathbf{VBP}_3 \end{bmatrix}$$

**2) Requisitos totales de empleo**

$$\begin{bmatrix} \lambda^d_1 & \lambda^d_2 & \lambda^d_3 \end{bmatrix}_{1x3} \mathbf{x} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \mathbf{a}_{13} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \mathbf{a}_{23} \\ \mathbf{a}_{31} & \mathbf{a}_{32} & \mathbf{a}_{33} \end{bmatrix}_{3x3} = \begin{bmatrix} \lambda^{\mathbf{T}}_1 & \lambda^{\mathbf{T}}_2 & \lambda^{\mathbf{T}}_3 \end{bmatrix}_{1x3}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Ecuación 2** | $\Lambda^d$ | (x) | $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ | = | $\Lambda^{\mathbf{T}}$ |

$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ Matriz inversa de Leontief

$\Lambda^{\mathbf{T}}$ Vector fila de coeficientes totales de empleo

**3) Multiplicadores de empleo**

$$\begin{bmatrix} \lambda^{\mathbf{T}}_1 & \lambda^{\mathbf{T}}_2 & \lambda^{\mathbf{T}}_3 \end{bmatrix}_{1x3} \mathbf{x} \begin{bmatrix} 1 / \lambda^d_1 & & \\ & 1 / \lambda^d_2 & \\ & & 1 / \lambda^d_3 \end{bmatrix}_{3x3} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \end{bmatrix}_{1x3}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Ecuación 3** | $\Lambda^T$ | (x) | $[\mathbf{L}^d]^*$ | = | $M$ |

$\Lambda^T$: vector fila de coeficientes totales de empleo

$[\mathbf{L}^d]^*$: vector columna $\mathbf{L}^d$ diagonalizado

$$\mathbf{L}^d = \begin{bmatrix} 1 / \lambda^d_1 \\ 1 / \lambda^d_2 \\ 1 / \lambda^d_3 \end{bmatrix}$$

(*): denota diagonalización de un vector columna

***M:*** vector fila de multiplicadores de empleo para cada rama **j**

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

### EL MODELO DE EMPLEO

**0.** Dada una matriz de insumo producto, IP

| | PRIMARIO | INDUSTRIAL | SERVICIOS | DI | DF | VBP |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **PRIMARIO** | 10 | 40 | 0 | 50 | 50 | 100 |
| **INDUSTRIAL** | 10 | 60 | 30 | 100 | 100 | 200 |
| **SERVICIOS** | 10 | 20 | 0 | 30 | 120 | 150 |
| **CI** | 30 | 120 | 30 | 180 | | |
| **VA** | 70 | 80 | 120 | | 270 | |
| **VBP** | 100 | 200 | 150 | | | 450 |

**1.** Considerando que el nivel de empleo de la matriz de insumo producto **IP** es

| | PRIMARIO | INDUSTRIAL | SERVICIOS |
|---|---|---|---|
| empleo | 84 | 120 | 320 |

**2**. se determinan los coeficientes de requerimientos directos de empleo (**$L^d$** = empleo / VBP)

| | PRIMARIO | INDUSTRIAL | SERVICIOS |
|---|---|---|---|
| empleo | 84 | 120 | 320 |
| VBP | 100 | 200 | 150 |
| $L^d$ | 0,84 | 0,60006 | 2,13333333 |

**3.** para determinar los coeficientes de requerimientos totales de empleo ($L^T$) se multiplica ($\mathbf{L^d}$)^ x (**I – A**)$^{-1}$

donde ($\mathbf{L^d}$)^ significa vector $\mathbf{L^d}$ diagonalizado

requerimientos directos de empleo — requerimientops directos e indirectos de producción — requerimientos directos e indirectos de empleo

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0,84 & - & - \\ - & 0,60006 & - \\ - & - & 2,1333333 \end{bmatrix}}_{(\mathbf{L^d})^\wedge} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 1,15646 & 0,3401361 & 0,0680272 \\ 0,20408 & 1,5306122 & 0,3061224 \\ 0,13605 & 0,1870748 & 1,037415 \end{bmatrix}}_{(\mathbf{I - A})^{-1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0,9714286 & 0,2857143 & 0,05714286 \\ 0,1224612 & 0,9184592 & 0,18369184 \\ 0,2902494 & 0,399093 & 2,21315193 \end{bmatrix}}_{(\mathbf{L^T})}$$

**4.** para el vector de demanda final **DF = (50, 100,120)** los niveles totales de empleo surgen de:

| requerimientos directos e indirectos de empleo | | | | DF | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,97142857 | 0,285714 | 0,0571429 | x | 50 | | 84 |
| 0,12246123 | 0,918459 | 0,1836918 | | 100 | = | 120 |
| 0,29024943 | 0,399093 | 2,2131519 | | 120 | | 320 |
| | | | | | | 524 |

**5.** y para una demanda final **DF = (52, 105, 123)** los niveles totales de empleo serán

| requerimientos directos e indirectos de empleo | | | | DF | | requerimientos totales de empleo |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,97142857 | 0,285714 | 0,0571429 | | 52 | | 88 |
| 0,12246123 | 0,918459 | 0,1836918 | x | 105 | = | 125 |
| 0,29024943 | 0,399093 | 2,2131519 | | 123 | | 329 |
| | | | | | | 542 |

**6.** comparando con la situación inicial, las variaciones en los niveles de empleo serán:

| | |
|---|---|
| variación de empleo del sector primario | 4 |
| variación de empleo del sector industrial | 5 |
| variación de empleo del sector servicios | 9 |
| variación del empleo total | 18 |

**7.** de los cuales el empleo directo se obtiene haciendo.

| $(L^d)$^ | | | | **var. DF** | | **empleo directo** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,84 | 0 | 0 | | 2 | | 2 |
| 0 | 0,60006 | 0 | x | 5 | = | 3 |
| 0 | 0 | 2,1333333 | | 3 | | 6 |

**8**. luego el empleo indirecto es

| | (1) **directo** | (2)= (3) - (1) **indirecto** | (3) **total** |
|---|---|---|---|
| variación de empleo del sector primario | 2 | 2 | 4 |
| variación de empleo del sector industrial | 3 | 2 | 5 |
| variación de empleo del sector servicios | 6 | 3 | 9 |
| **variación del empleo total** | **11** | **7** | **18** |

## **APÉNDICE:** el uso de $\mathbf{N_d}$ y $\mathbf{r}_t$

$\mathbf{N_d}$ empleo directo

$\mu$ multiplicador de empleo

**V** valor de producción de una industria

$\mathbf{r}_t$ requerimiento total de empleo ( coeficiente)

$\mathbf{r_d}$ requerimiento directo de empleo ( coeficiente)

$\mathbf{N_T}$ empleo total

$$\mu = \mathbf{r}_t / \mathbf{r_d}$$

$$\mathbf{N_d} \; \mu = \mathbf{N_T}$$

$$\mathbf{V} \; \mathbf{r}_t = \mathbf{N_T}$$

**Para estimar el empleo total**

**1** si se dispone del multiplicador de empleo ( $\mu$ ), se requiere el empleo directo ( $\mathbf{N}_d$ ).

**2** si se dispone del valor de producción ( **V** ), se requiere el coeficiente de requerimiento total ( $\mathbf{r}_t$ )